مبانی مهندسی برق ۲

آنالیز حالت پایدار سینوسی :

- مروری بر امپدانس مختط و توان مختلط جریان و مدار سه فاز

مدارهای مغناطیسی و ترا نسفورمرها :

- میدان مغناطیسی
- مدارهای مغناطیسی
- خود القابی و القای متقابل
- مواد مناطیسی
- ترانسفورمر ایده آل
- ترانسفورمر واقعی

ماشین های DC

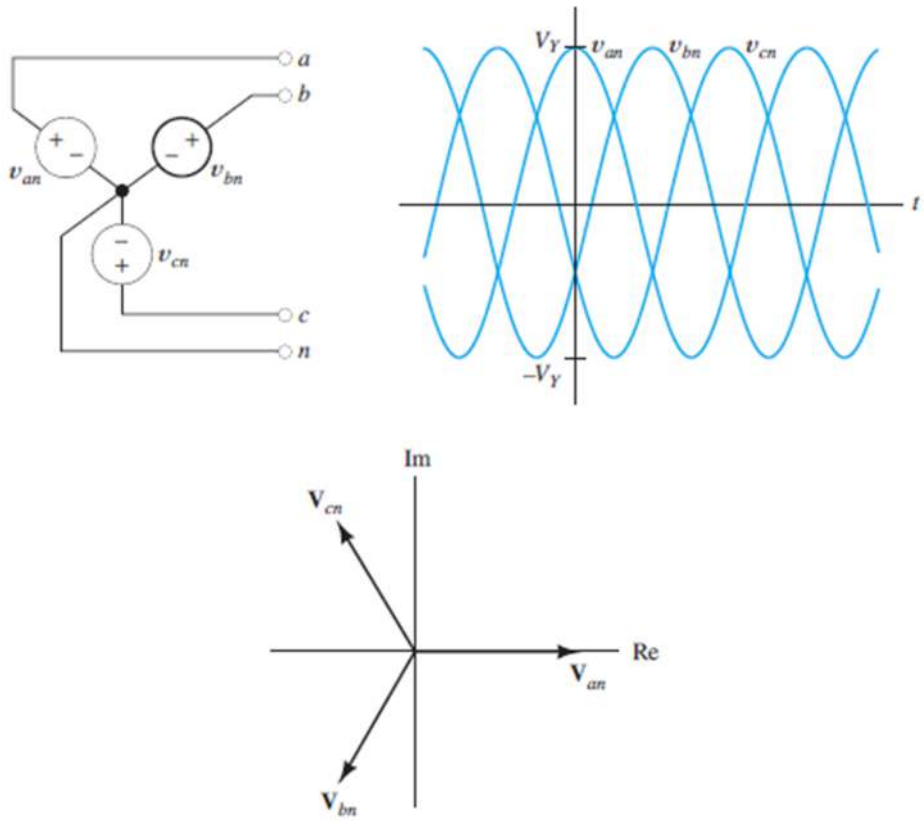
- مروری بر موتورهای الکتریکی
- اصول ماشین های DC
- ماشین های DC چرخشی
- اتصال شانت
- اتصال سرت
- کنترل موقت موتورهای DC
- ژنراتور DC

ماشین های AC

- موتورهای القایی سه فاز
- مدار معادل بازدهی برای موتور های القایی
- ماشین های ؟؟؟؟؟؟
- موتورهای تک فاز

مدارهای سه فاز متعادل :

در این جلسه خواهیم دید که مزایای بسیاری در ایجاد و توزیع توان با چند ولتاژ AC با فاز مختلف وجود دارد. در معمول ترین حالت، سه ولتاژ با اندازه یکسان AC با اختلاف فاز ۱۲۰ در نظر گرفته می شود که با نام منبع سه فاز متعادل (balanced three-phase source) اتصال Y (یا اتصال ستاره) شناخته می شود.



$$V_{an}(t) = V_y cos(\omega t)$$
$$V_{bn}(t) = V_y cos(\omega t - 120°)$$

$V_{cn}(t) = V_y cos(\omega t + 120°)$

$V_{an} = V_y \measuredangle 0°$

$V_{bn} = V_y \measuredangle -120°$

$V_{cn} = V_y \measuredangle 120°$

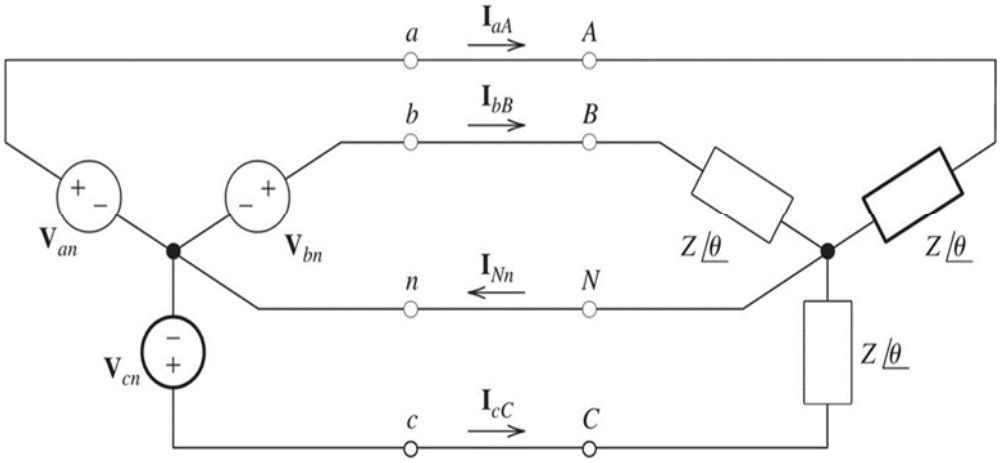
دنباله فاز (Phase Sequence)

ولتاژها دارای دنباله فاز مثبت هستند چون که ولتاژها به ترتیب abc به ماکزیمم مقدار (peak Value) می رسند. در واقع V_{an} به انداز 120 از V_{bn} پیش است که خود به اندازه ۱۲۰ از V_{cn} پیش است . در طرف مقابل cba دارای دنباله فاز منفی است.

اتصال Y– Y (اتصال ستاره – ستاره):

فرض کنید که منبع سه فاز به یک بار متعادل سه فاز به شکل مقابل متصل است. خطوط Aa و Bb و Cc خط (line) نام دارند و مسیر n-N سیم خنثی (neutral) نامیده می شود. بار متعادل نامیده می شود زیرا امپدانس بار درهر سه شاخه برابر است. معمولا از اصطلاح فاز برای اشاره به یک شاخه از منبع یا بار استفاده می شود. بطور مثال فاز A منبع در واقع $V_{an}(t)$ است و فاز A بار امپدانس متصل شده بین N و A است. به V_y ولتاژ فاز یا ولتاژ خط به خنثی (line-to-neutral voltage) گفته می شود.

در بعضی کتابها از ولتاژ RMS به جای ولتاژ ماکزیمم استفاده می شود. همچنین I_{cC}, I_{bB}, I_{aA} جریان خط (line current) نامیده می شود.



$$i_{aA}(t) = I_L cos(\omega t - \theta)$$
$$i_{bB}(t) = I_L \cos(\omega t - 120° - \theta)$$
$$i_{cC}(t) = I_L cos(\omega t + 120° - \theta)$$
$$i_{Nn}(t) = i_{aA}(t) + i_{bB}(t) + I_{cC}(t) \qquad \leftarrow \text{فازور جریان}$$

$$\Rightarrow I_{Nn} = I_L\measuredangle - \theta + I_L\measuredangle - 120° - \theta + I_L\measuredangle 120° - \theta$$
$$= I_L\measuredangle - \theta(1 + 1\measuredangle - 120° + 1\measuredangle + 120°) = 0$$

بنابراین همانطور که می بینیم در یک سیستم سه فاز متعادل جریان خنثی برابر است با صفر و می توان سیم خنثی را حذف کرد بدون اینکه تغییری در ولتاژ ها و جریان ها داده شود. پس با استفاده از سه سیم می توان سه منبع ولتاژ را به سه بار متصل کرد. این یکی از مزایای سیستم سه فاز در مقایسه با تک فاز است که در مقایسه با

حالت تک فاز که شش سیم برای انتقال توان لازم است می توان در حالت سه فاز با سه سیم (چهار سیم باسیم خنثی) همان توان را انتقال داد.

توان

مزیت دیگر سیستم سه فاز متعادل در مقایسه با سیستم تک فاز این است که توان در سیستم سه فاز متعادل (نسبت به زمان) ثابت است.

$$\begin{aligned} p(t) &= V_{an}(t)i_{aA}(t) + V_{bB}(t)i_{bB}(t) + V_{Cn}(t)i_{cC}(t) \\ &= V_y \cos(\omega t)\, I_L \cos(\omega t - \theta) \\ &\quad + V_y \cos(\omega t - 120°)\, I_L \cos(\omega t - \theta - 120°) \\ &\quad + V_y cos(\omega t + 120°) I_L cos(\omega t - \theta + 120°) \end{aligned}$$

از رابطه کسینوسها داریم:

$$cosxcosy = \frac{1}{2}cos(x-y) + \frac{1}{2}cos(x+y)$$

با جایگذاری داریم:

$$\begin{aligned} p(t) &= 3\frac{V_y I_L}{2}cos(\theta) \\ &\quad + \frac{V_y V_L}{2}[cos(2\omega t - \theta) + cos(2\omega t - \theta \\ &\quad - 240°)cos(2\omega t - \theta + 240°)] \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow p(t) = 3\frac{V_y V_L}{2}cos(\theta)$$

این نشاندهنده یک مزیت است که گشتاور مورد نیاز برای حرکت ژنراتور سه فاز متصل به یک بار متعادل ثابت است و ارتعاشات کمتری در پی دارد. بطور مشابه گشتاور تولید شده توسط یک موتور سه فاز ثابت است به جای اینکه نوسانی باشد.

مقدار rms برای هر خط به شکل زیر بدست می اید ؛

$$V_{Yrms} = \frac{V_y}{\sqrt{2}} \quad , \quad I_{Lrms} = \frac{I_L}{\sqrt{2}}$$

$$p_{avg} = p(t) = 3V_{Yrms}I_{Lrms}cos(\theta)$$

توان راکتیو (Reactive Power)

مشابه حالت تک فاز در حالت سه فاز نیز انرژی و توان بین منبع و المانهای ذخیره انرژی (خازن و القاگر) موجود در بار بصورت رفت و برگشت منتقل می شود. می توان نشان داد توان رادیو اکتیو انتقالی به یک بار سه فاز متعادل برابر است با:

$$Q = 3\frac{V_y I_L}{2} sin(\theta) = 3V_{yrms}I_{Lrms}\, sin(\theta)$$

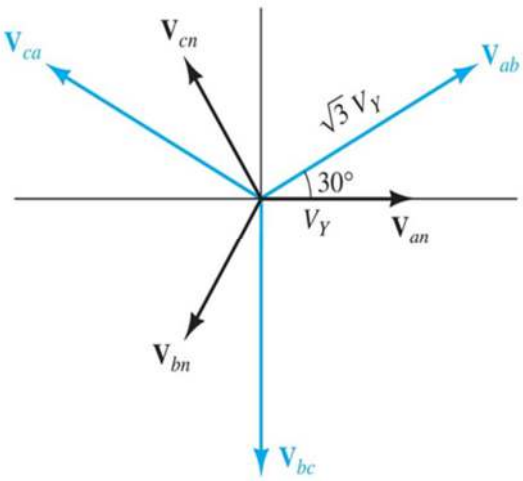
ولتاژ خط به خط (Line-to-Line Voltage)

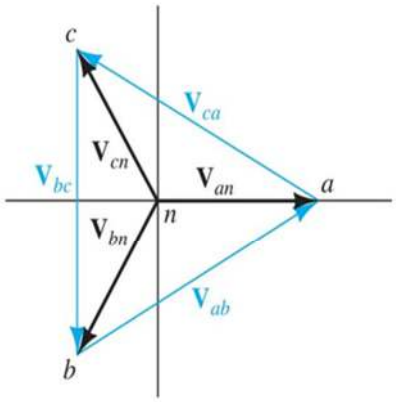
در مقابل ولتاژ خط به خنثی، ولتاژ بین a/c – b/c – b/a را ولتاژ خط به خط گویند (یا به صورت ساده تر ولتاژ خط).

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V_y \measuredangle 0° - V_y \measuredangle -120° = V_y \measuredangle 0° + V_y \measuredangle 60°$$
$$= \sqrt{3}V_Y \measuredangle 30°$$

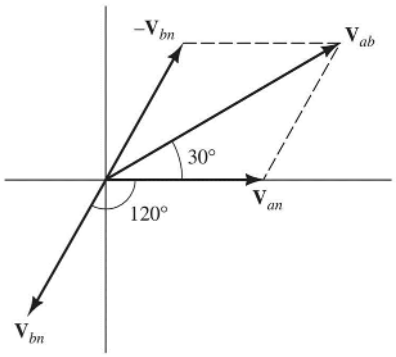
بنابراین اندازه ولتاژ خط با خط $\sqrt{3}$ برابر اندازه ولتاژ خط به خنثی است. که این ولتاژ با V_L نشان داده می شود:

$$V_L = \sqrt{3}V_y$$





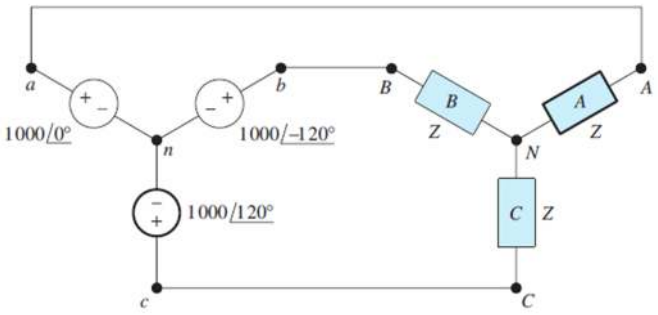
$$V_{ab} = V_{an}\sqrt{3}\angle 30°$$
$$V_{bc} = V_{bn}\sqrt{3}\angle 30°$$
$$V_{ca} = V_{cn}\sqrt{3}\angle 30°$$

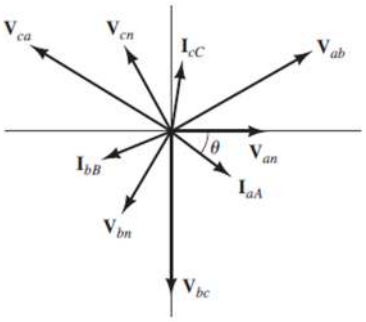


مثال : یک منبع سه فاز متعادل به شکل اتصال y با فرکانس 60 Hz دارای ولتاژ خط به خنثی $V_y = 1000V$ است. این منبع به یک بار متعادل اتصال y متصل است. هر فاز بار شامل یک القاگر 0.1 H سری با یک مقاومت 50Ω است. جریان

خط، ولتاز خط به خط، توان و توان راکتیو را محاسبه کنید. دیاگرام فاز شامل ولتاژهای خط به خنثی و خط به خط و جریان خطوط را بکشید. فرض کنید زاویه فاز V_{an} برابر صفر است.

پاسخ:





$$Z = R + j\omega L = 50 + 2n(60)(0.1)j = 50 + 37.70j = 62.6\measuredangle 37°$$

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{1000\measuredangle 0°}{62.6\measuredangle 37°} = 15.97\measuredangle -37°$$

$$I_{bB} = \frac{V_{bn}}{Z} = \frac{1000\measuredangle -120°}{62.6\measuredangle 37°} = 15.97\measuredangle -157°$$

$$I_{cC} = \frac{V_{cn}}{Z} = \frac{1000\measuredangle -120°}{62.6\measuredangle 37°} = 15.97\measuredangle -83°$$

$$V_{ab} = V_{an}\sqrt{3}\measuredangle 30° = 1732\measuredangle 30°$$

$$V_{bc} = V_{bn}\sqrt{3}\measuredangle 30° = 1732\measuredangle -90°$$

$$V_{cn} = V_{cn}\sqrt{3}\measuredangle 30° = 1732\measuredangle 150°$$

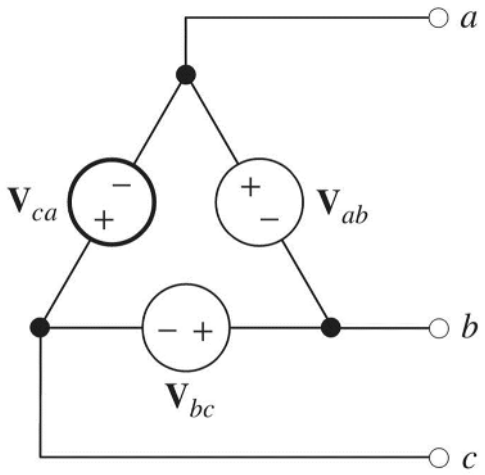
$$p = 3\frac{V_y I_L}{2} cos\theta = 3(\frac{1000 \times 15.97}{2})cos(37°) = 1913\ kw$$

$$Q = 3\frac{V_y I_L}{2} sin\theta = 3(\frac{1000 \times 15.97}{2})sin(37°) = 14.42\ kva$$

اتصال دلتا Δ (اتصال مثلث)

مجموعه ای از منابع ولتاژ سه فاز متعادل را می توان به شکل دلتا متصل کرد. معمولاً از اتصال منابع ولتاژ به شکل حلقه بسته اجتناب می کنیم ولی در این حالت (بر اساس KVL) مجموع ولتاژها صفر است .

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{Cc} = 0$$



بنابراین جریانی در حلقه دلتا نداریم. برای یک اتصال دلتا می توان اتصال معادل ستاره را با استفاده از رابطه زیر تعریف کرد:

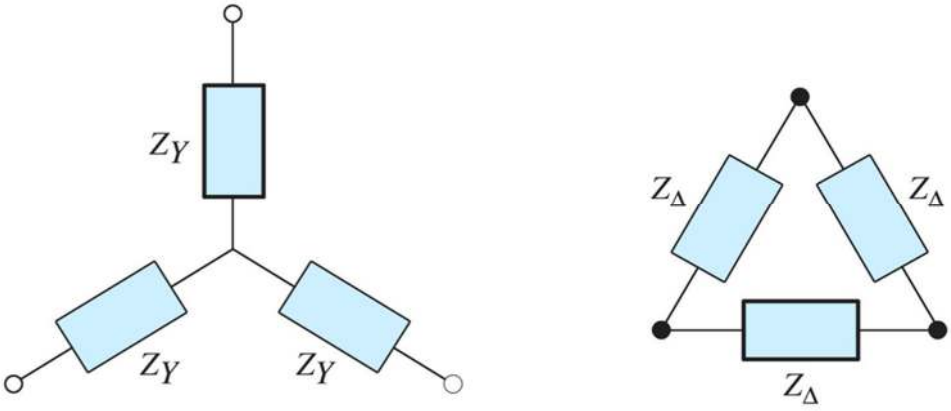
$$V_{ab} = V_{an} \times \sqrt{3} \measuredangle 30°$$
$$V_{bc} = V_{bn} \times \sqrt{3} \measuredangle 30°$$
$$V_{ca} = V_{an} \times \sqrt{3} \measuredangle 30°$$

همانطور که می بینیم اتصال Δ تنها دارای سه سیم است و سیم چهارم تنها مختص حالت اتصال y است.

می توان نشان داد که دو اتصال بار Δ و Y معادل هم هستنند اگر،

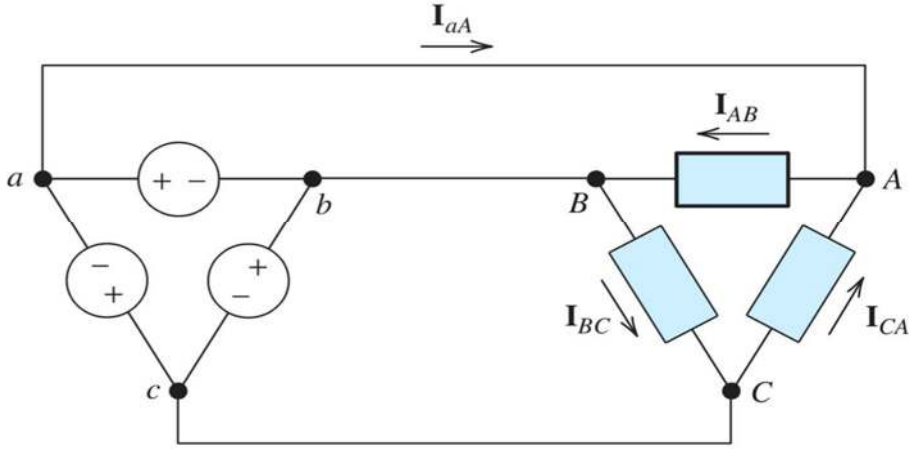
$$Z_\Delta = 3Z_y$$

به این ترتیب می توان یک بار اتصال Δ را به بار اتصال Y معادل کرد و برعکس.



اتصال Δ- Δ (اتصال مثلث – مثلث)

شکل مقابل یک منبع اتصال Δ را که به یک بار اتصال Δ متصل شده نشان می دهد.



$V_{ab} = V_L \angle 30°$

$V_{bc} = V_L \angle -90°$

$V_{ca} = V_L \angle 150°$

اگر فرض کنیم مقاومت سیستم های انتقال صفراست می توان نشان داد که ولتاژ خط با خط در بار معادل ولتاژ خط به خط منبع است. یعنی

$$V_{AB} = V_{ab} \qquad V_{BC} = V_{bc} \qquad V_{CA} = V_{ca}$$

فرض کنید امپدانس هر فاز بار $Z_\Delta \measuredangle \theta$ باشد. در این صورت جریان در بار شاخه (فاز) AB برایر است با:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_\Delta \measuredangle \theta} = \frac{V_{ab}}{Z_\Delta \measuredangle \theta} = \frac{V_L \measuredangle 30°}{Z_\Delta \measuredangle \theta} = \frac{V_L}{Z_\Delta} \measuredangle 30 - \theta$$

$$\Rightarrow I_{AB} = I_\Delta \measuredangle 30° - \theta$$

$$I_{BC} = I_\Delta \measuredangle 90° - \theta$$

$$I_{cA} = I_\Delta \measuredangle 150° - \theta$$

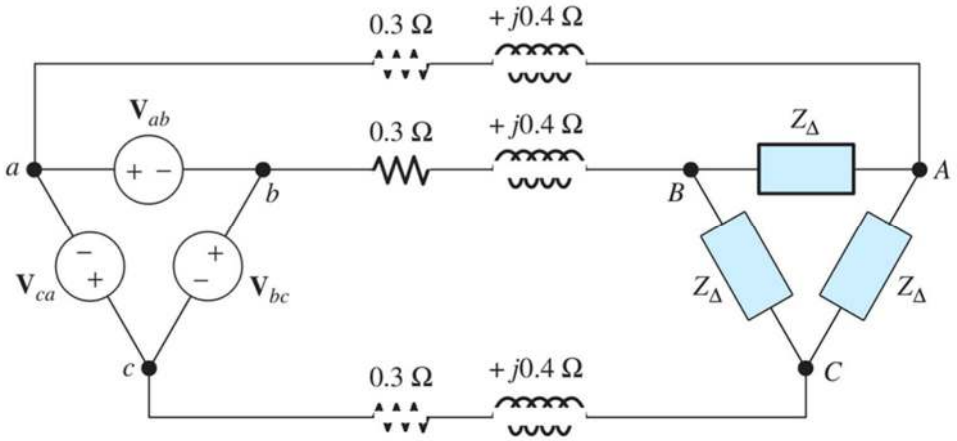
بنابراین جریان خط a-A برابر است با (KCL در نقطهA):

$$I_{aA} = I_{AB} - I_{CA}$$

$$= I_\Delta \measuredangle 30° - \theta - I_\Delta \measuredangle 150° - \theta = (I_\Delta \measuredangle (30 - \theta))(1 - 1 \measuredangle 120°)$$

$$= I_{AB} \times \sqrt{3}\Delta - 30° \Rightarrow I_L = \sqrt{3} I_\Delta$$

مثال: مدار شکل زیر را در نظر بگیرید.



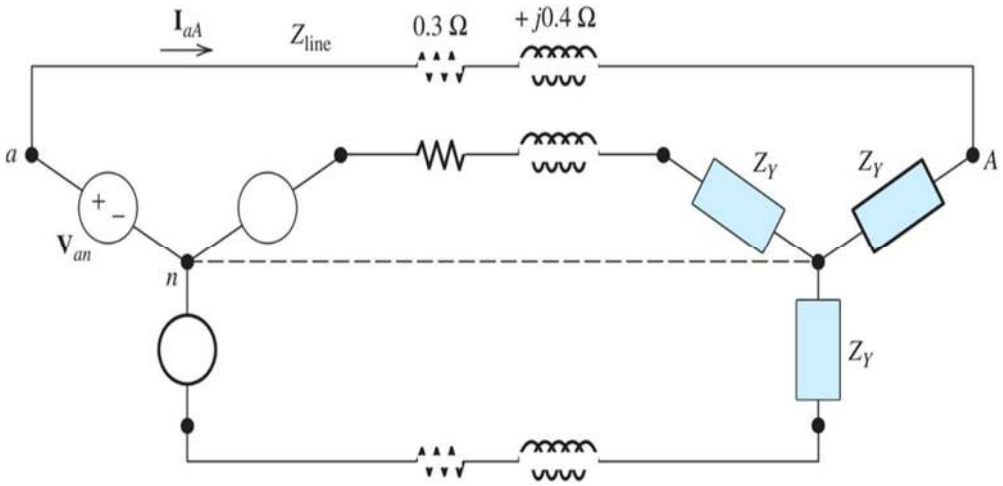
و داریم

$Z_{line} = 0.3 + 0.4j,\ Z_\Delta = 30 + 6j$

$V_{ab} = 1000\angle 30°\,, V_{bc} = 1000\angle -90°\,, V_{ca} = 1000\angle 150°$

جریان خط، ولتاژ خط با خط در بار، توان انتقالی به بار و توان تلف شده در خط را بیابید.

پاسخ: مدار معادل اتصال Y را مطابق شکل بدست می آوریم



$$V_{an} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}\angle 30°} = \frac{1000\angle 30°}{\sqrt{3}\angle 30°} = 577.4\angle 0°$$

$$V_{an} = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{30 + 6j}{3} = 10 + 2j$$

به طور مشابه میتوان V_{bn} و V_{cn} را بدست آورد. با در نظر گرفتن سیم فرضی اتصال خنثی بین بار و منبع می توان فرض کرد که مدار سه فاز معادل سه مدار تک فاز است. پس میتوان نوشت:

$$V_{an} = (Z_{line} + Z_y)I_{aA} \Rightarrow I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_{line} + Z_y} = \frac{577.4\angle 0°}{(0.3 + 0.4j) + (10 + 2j)}$$

$$= \frac{77.4\angle 0°}{10.58\angle 13.12°} = 54.60\angle -13.12°$$

برای یافتن ولتاژ خط به خنثی در بار داریم :

$$V_{An} = I_{Aa}Z_y = (54.6\angle -13.12°) \times (10 + 2j) = 556.9\angle -1.81°$$

برای یافتن ولتاژ خط به خط در بار داریم :

$$I_{AB} = V_{An} \times \sqrt{3}\angle 30° = 556.9\angle -1.81 \times \sqrt{3}30° = 964.6\angle 28.19°$$

برای جریان در شاخه AB بار داریم:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_\Delta} = \frac{91.6\angle 28.19°}{30 + 6j} = \frac{964.6°\angle 28.19°}{30.59\angle 11.31°} = 31.53\angle 16.88°$$

توان در شاخه فاز AB برابر است با :

$$P_{AB} = I_{ABrms}^2 \ R = (\frac{81.53}{\sqrt{2}})^2(30) = 14.91\ kW$$

توان انتقالی در فاز دیگر بار مشابه هستند. بنابراین توان کل برابر است با

$$P = 3P_{AB} = 44.73\ kW$$

توان تلف شده در خط برابر است با :

$$R_{lineA} = I_{aArms}^2 R_{line} = (\frac{54.6°}{\sqrt{2}})^2(0.3) = 0.447\ kW$$

پس میتوان چنین جمعبندی کرد که در مقایسه با منابع AC تک فاز منابع سه فاز متعادل دارای مزایای زیر است :

- برای انتقال توان یکسان ، در حالت سه فاز $\frac{1}{2}$ حالت تک فاز سیم انتقال نیاز است. در واقع یک منبع سه فاز به اندازه سه منبع تک فاز توان منتقل می کند. ولی به جای۶ سیم دارای ۳ سیم انتقال است.
- توان انتقالی به یک بار متعادل ثابت است. این مساله کمک می کند تا ارتعاشات موتور و ژنراتور کاهش یابد.
- سیستم های سه فاز میدان مغناطیسی چرخشی ایجاد می کند که طراحی موتورهای الکتریکی را آسان تر می کند.

مدارهای مغناطیسی و ترانسفورمرها

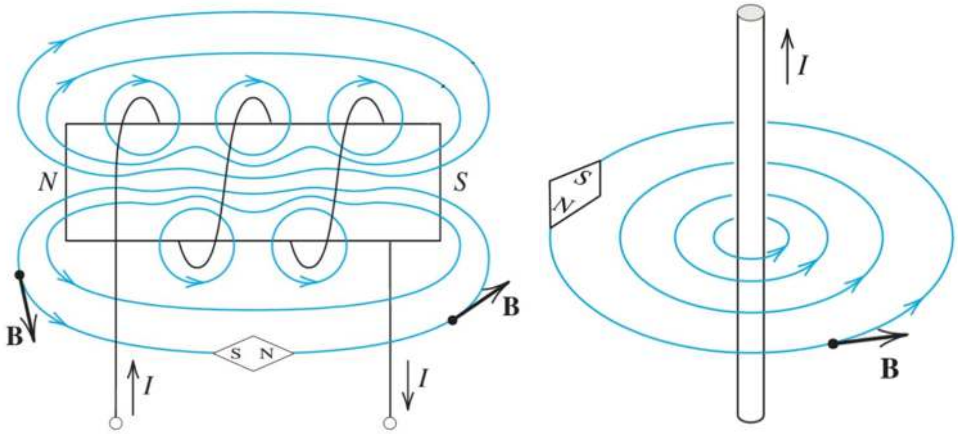
میدان مغناطیسی:

میدان های مغناطیس در اطراف مغناطیس های دائم (آهنربا) و سیم های حامل جریان وجود دارند. میدان مغناطیسی در اثر حرکت بار الکتریکی ایجاد می شوند.

در یک آهنربا میدان مغناطیسی در اثر چرخش الکترون‌ها در اتم ایجاد می‌شود میدان‌های مغناطیسی با خطوط بسته شار مغناطیسی ایجاد می‌شوند و واحد این شار مغناطیسی وبر wb (weber) است. در آهنرباها جهت این شار مغناطیسی از قطب N به قطب S است.

در معادلات این بخشی چگالی شار مغناطیسی با بردار B نمایش داده می‌شود و واحد آن وبر بر متر مربع $\frac{wb}{m^2}$ یا تسلا (Tesla) می‌باشد.

قانون دست راست: جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده یک سیم حامل جریان با قانون دست راست تعیین می‌شود. اگر جهت انگشت شست در راستای جریان سیم باشد جهت سایر انگشتان که سیم را احاطه کرده‌اند جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. از طرف دیگر اگر انگشت دست در جهت جریان سیم حول یک سیم پیچ قرار بگیرند جهت انگشت شست جهت میدان مغناطیسی در هسته سیم پیچ را نشان می‌دهد.



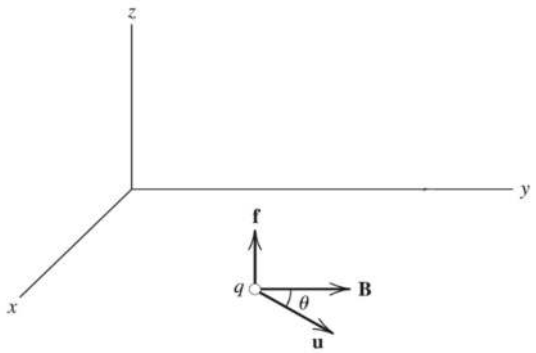
نیرویی که با بارهای الکتریکی متحرک در میدان مغناطیسی وارد می‌شود و به یک بار الکتریکی q که با سرعت V در میدان مغناطیسی حرکت میکند برابر است با:

$$\vec{F} = \overrightarrow{qu} \times \vec{B}$$

طبق تعریف ضرب برداری، نیرو بر صفحه ی بردار u و بردار B عمود است و اندازه این نیرو برابر است با:

$$f = quB\ \sin(\theta)$$

$$B = \frac{f}{qu\sin\theta}$$



نیرو بر سیم‌های حامل جریان

جریان در یک سیم در اثر حرکت الکترون‌ها در سیم است، بنابراین به سیم‌های حامل جریان در یک میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود. نیرو بر واحد طول سیم برابر است با:

$$df = idl \times B$$

برای یک سیم مستقیم با طول L و میدان مغناطیسی ثابت داریم:

$$\vec{F} = \vec{il} \times \vec{B} \rightarrow |f| = ilB\ \sin(\theta)$$

که θ زاویه بین سیم و میدان مغناطیسی است. توجه کنید که حداکثر نیرو زمانی است که جهت میدان مغناطیسی عمود بر سیم باشد.

قانون فارادی (Faraday`s law)

شار مغناطیسی عبوری از یک سطح A با انتگرال زیر بیان می‌شود،

$$\varphi = \int_A \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dA}$$

توجه کنید که جهت بردار سطح dA عمود بر سطح است. در صورتی که B ثابت و عمود بر سطح باشد داریم:

$$\varphi = B \cdot A$$

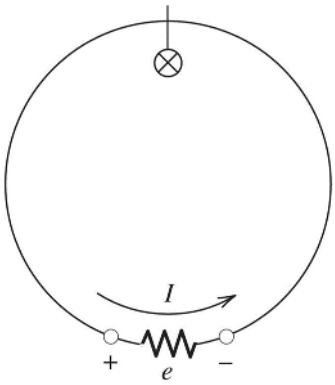
اگر یک سیم پیچ داشته باشیم که شامل N دور باشد مجموع شار عبوری از این سیم پیچ برابر است با $\lambda = N\varphi$ (با فرض اینکه شار یکسانی از تمام N دور سیمپیچ عبور می‌کند). طبق قانون فارادی در اثر عبور شار متغیر یک ولتاژ القایی معادل زیر در سیم پیچ القا می‌شود.

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

این شار متغیر را می توان با یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان یا یک سیم پیچ متحرک نسبت به میدان مغناطیسی ایجاد کرد.

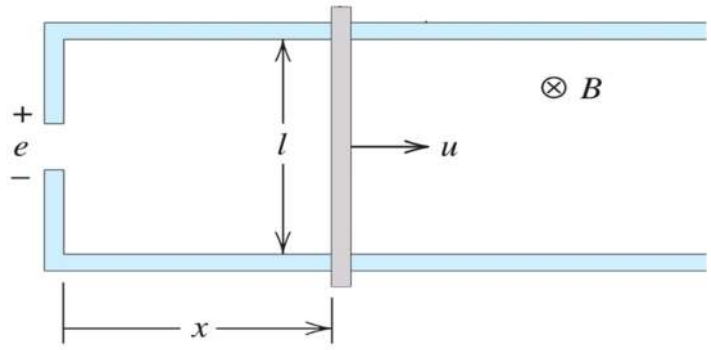
قانون لنز (Lenz`s law)

این قانون بیان می‌کند که جهت ولتاژ القا شده به گونه‌ای است که جریان تولید شده توسط آن میدان مغناطیسی با تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند. به طور مثال شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن یک شار مغناطیسی به سمت داخل صفحه در حال افزایش است. جهت جریان ناشی از ولتاژ القا شده در سیم پیچ به گونه‌ای است که با این تغییر شار مخالفت کند. به عبارتی جریان پادساعتگرد در سیم القا می‌شود که میدان مغناطیسی آن طبق قانون دست راست به سمت خارج صفحه است.



ولتاژ القا شده در سیم‌های هادی قطع کننده میدان مغناطیسی

یک سیم هادی متحرک در میدان مغناطیسی اگر به گونه‌ای حرکت کند که خطوط شارمیدان مغناطیسی را قطع کند در آن ولتاژ القا می‌شود. به طور مثال شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن یک میدان مغناطیسی یکنواخت به سمت داخل صفحه داریم:



سیم متحرک با سرعت $\mathbf{u}$ به سمت راست حرکت می‌کند و حلقه‌ای ایجاد می‌کند که سطح آن lx و متغیر با زمان است . شار عبوری از این حلقه برابر است با:

$$\lambda = BA$$

طبق قانون فارادی داریم ولتاژ القا شده برابر است با:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = B\lambda\frac{dx}{dt} = Blu$$

شدت میدان مغناطیسی و قانون آمپر(Amper`s law)

شدت میدان مغناطیسی با H نشان داده می‌شود و رابطه آن با چگالی شار مغناطیسی $\overrightarrow{B}$ به شکل زیر است:

$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

که در این رابطه μ نفوذ پذیری مغناطیسی ماده است. واحدH $\frac{\text{امپر}}{\text{متر}}$ $\frac{A}{m}$ است. بنابراین واحد μ برابر است با $\frac{wb}{A\cdot m}$.

برای فضای آزاد مقدار μ برابر است با:

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\frac{wb}{Am}$$

بسیاری از مواد به خصوص آهن دارای نفوذ پذیری مغناطیسی بسیار بالاتری نسبت به فضای آزاد هستند. نفوذ پذیری نسبی یک ماده به شکل زیر تعریف می‌شود.

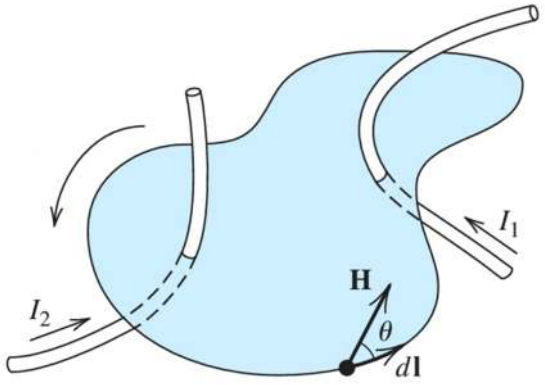
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

که μ_r مقداری بین چند صد تا یک میلیون برابر مواد گوناگون مثل آهن میتواند اختیار کند. برای آهن استفاده شده در موتورهای الکتریکی و ترانسفورمرها μ_r حدود چند هزار است.

قانون آمپر

این قانون بیان می‌کند که انتگرال روی خم میدان مغناطیسی روی یک خط بسته برابراست با مجموع جبری جریان‌هایی که از سطح بسته عبور می‌کنند. به عبارتی:

$$\oint \vec{H} . \overrightarrow{dl} = \sum i$$



توجه کنید که ضرب داخلی به صورت زیر تعریف می شود

$$\vec{H} \cdot \overrightarrow{dl} = Hdl \cos\theta$$

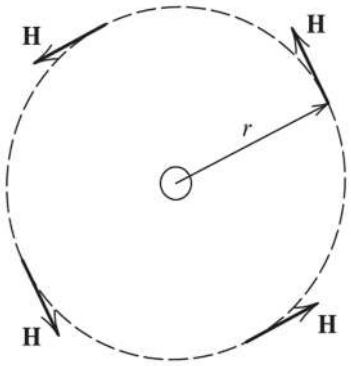
برای تعیین علامت جریان از قانون دست راست استفاده می‌شود. مثلاً با قرار دادن انگشت شست در جهت جریان اگر سایر انگشتان جهت حرکت روی خم را نشان دهد علامت جریان مثبت و در غیر این صورت منفی است. به طور مثال در شکل علامت جریان I_2 مثبت و علامت جریان I_1 منفی است.

$$\oint H \cdot dl = -I_1 + I_2$$

مثال: یک سیم بلند که جریان I را عمود بر صفحه به سمت خارج عبور می‌دهد در نظر بگیرید با فرض اینکه فضای محیطی سیم دارای نفوذ پذیری μ باشد. شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی اطراف سیم را بیابید.

پاسخ:

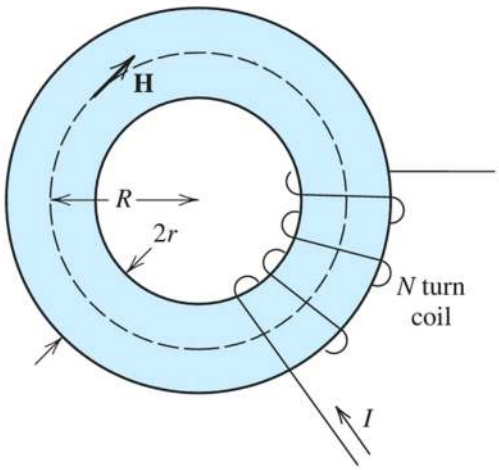
$$Hl = H.2\pi r = I$$



طبق قانون دست راست HوB در صفحه‌ای عمود بر سیم قرار دارند و در جهت مماس بر دایره‌ای به شعاع r به مرکزیت سیم قرار دارند.

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad \rightarrow \quad B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

مثال: یک سیم پیچ مارپیچ مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید. رابطه‌ای برای شار مغناطیسی B در خط مرکزی هسته بیابید. سپس با فرض اینکه چگالی شار مغناطیسی در هسته ثابت است رابطه ای برای مجموع شار مغناطیسی بیابید؟



پاسخ: فرض میکنیم که چگالی میدان مغناطیسی در راستای خط مرکزی هسته ثابت است. طبق قانون فارادی داریم:

$$Hl = H \cdot 2\pi r = N \cdot I \qquad \rightarrow \qquad H = \frac{NI}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

با فرض اینکه $R \gg r$ می‌توان فرض کرد چگالی شار در سطح مقطع هسته آهنی ثابت است. بنابراین،

$$\varphi = BA = \frac{\mu NI}{2\pi r} . \pi r^2 = \frac{\mu NIr^2}{2R} \quad \rightarrow \quad \lambda = N\varphi = \frac{\mu N^2 Ir^2}{2R}$$

مثال : فرض کنید در یک سیم پیچ مارپیچ $R=10cm$ ، $r=2cm$ ، $N=100$ و $\mu_r = 5000$ و جریان از رابطه $i(t) = 2\sin(200\pi t)$ پیروی می‌کند. شار عبوری از سیم پیچ را بیابید با استفاده از قانون فارادی ولتاژ القا شده در سیم پیچ را بیابید.

پاسخ:

$$\mu = \mu_r \mu_0 = 5000 \times 4\pi \times 10^{-7} \qquad \varphi = \frac{\mu N I r^2}{2R} = 2.5 \times 10^{-3} \sin(200\pi t) \ \ wb$$

$$\lambda = N\varphi = 0.25 \sin(200\pi t) \ \ wb$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = 15.7 \cos 200\pi t \ \ V$$

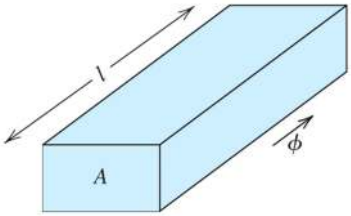
مدارهای مغناطیسی

خواهیم دید که بسیاری از وسایل مفید مثل ترانسفورمرها، موتورهای الکتریکی و ژنراتورها سیم پیچ‌هایی هستند که به دور هسته آهنی پیچیده شده‌اند. در این بخش چگونگی محاسبه میدان مغناطیسی در این وسایل را بررسی می‌کنیم. برای این منظور از مفهوم مدار مغناطیسی که مشابه مدارهای الکتریکی است استفاده می‌کنیم. نیروی محرکه مغناطیسی magneto-motive-force (mmf) یک سیم پیچ شامل N دور با رابطه زیر داده می شود:

$$F = Ni$$

یک سیم پیچ حامل جریان در یک مدار مغناطیسی معادل یک منبع ولتاژ در یک مدار الکتریکی است. نیروی محرکه مغناطیسی mmf معادل منبع ولتاژ است. مقاومت مغناطیسی (رلاکتنس Reluctance) یک مسیر برای شار مغناطیسی (مثلا یک میله آهنی) برابر است با:

$$R = {}^{l}/_{\mu A}$$



که l طول مسیر (در راستای جهت شار مغناطیسی)، Aسطح مقطع و μ نفوذپذیری ماده است. اگر هسته آهنی یک میله مستقیم نباشد، طول خط مرکزی ان را در نظر می‌گیریم. شار مغناطیسی در یک مدار مغناطیسی معادل جریان در یک مدار الکتریکی است و مقاومت مغناطیسی معادل مقاومت در مدار الکتریکی است. این سه کمیت طبق رابطه‌ای مشابه قانون اهم با هم ارتباط دارند:

$$F = R\varphi$$

مثال: برای سیم پیچ مارپیچ شکل زیر عبارت مربوط به شار مغناطیسی را پیدا کنید.

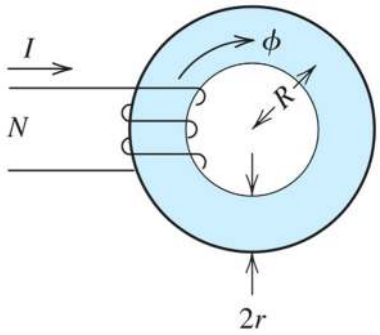
پاسخ:

$$l = 2\pi R \qquad A = \pi r^2$$

$$R = \frac{l}{\mu A} = \frac{2\pi R}{\mu \pi r^2} = \frac{2R}{\mu r^2}$$

$$F = NI$$

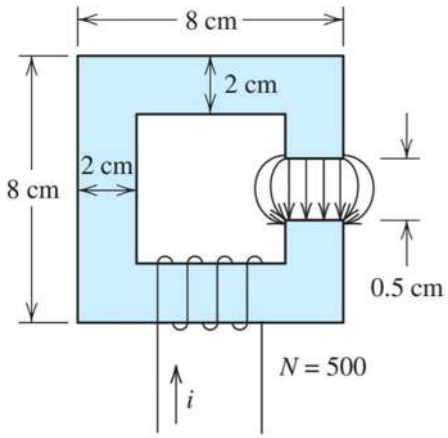
$$\varphi = \frac{F}{R} = \frac{\mu N r^2 I}{2R}$$



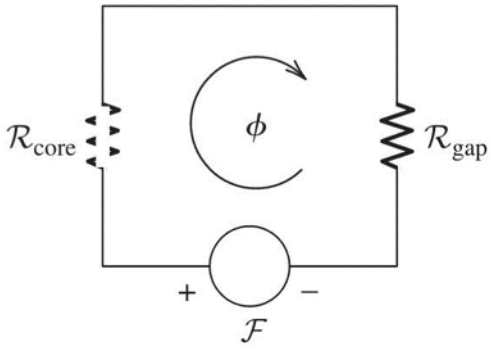
جزئیات استفاده از روش مدار مغناطیسی

با استفاده از این روش میتوان آنالیز فشار مغناطیسی را برای هسته های غیر متقارن و چندین سیم پیچ انجام داد. بطور مثال میتوان مقاومت مغناطیسی را مشابه مقاومت الکتریکی بصورت سری یا موازی در نظر گرفت. گرچه این روش کاملا دقیق نیست ولی برای کاربردهای مهندسی مناسب است.

مشابه شکل یک هسته آهنی با یک فاصله هوایی در نظر بگیرید هسته فلزی دارای نفوذ پذیری مغناطیسی نسبی $\mu_r = 6000$ و دارای سطح مقطع مربعی ۳×۲cm است. جریان مورد نیاز برای برقراری چگالی شار $B_{gap} = 0.5$ در فاصله هوایی را بیابید؟



پاسخ: می‌توان این شکل را به شکل مدار مغناطیسی مدل کرد که دارای یک منبع و دو مقاومت است



توجه کنید که خط مرکزی هسته یک مربع ۶×۶ cm است. برای هسته فلزی داریم:

$$l_{core} = 4 \times 6 - 0.5 = 23.5\ cm$$

$$A_{core} = 2cm \times 3cm = 6 \times 10^{-4}\ \ cm^2 \qquad \mu_{core} = \mu_r \mu_0 = 7.54 \times 10^{-3}$$

$$R_{core} = \frac{l_{core}}{\mu_{core} . A_{core}} = 5.195 \times 10^4 \quad {}^{A}/_{wb}$$

برای فاصله هوایی توجه کنید که شار تا حدی از فاصله هوایی خارج می‌شود که به پدیده فرینجینگ (fringing) معروف است. بنابراین برای در نظر گرفتن سطح موثر فاصله هوایی (که بیشتر از سطح مقطع هسته آهنی است) به اندازه طول فاصله هوایی به ابعاد سطح مقطع آن اضافه می‌کنیم.

$$A_{gap} = (2cm + 0.5cm)(3cm + 0.5)$$

$$A_{gap} = 8.75 \times 10^{-4}\ \ m^2$$

$$\mu_{gap} = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$R_{gap} = \frac{l_{gap}}{\mu_{gap} A_{gap}} = \frac{0.5 \times 10^{-2}}{(4\pi \times 10^{-7})(8.75 \times 10^{-4})} = 4.547 \times 10 \quad {}^{A}/_{wb}$$

همانطور که می‌بینیم قسمت عمده این مقاومت مغناطیسی ناشی از فاصله هوایی است.

$$R = R_{gap} + R_{core} = 4.6 \times 10^6$$

بنابراین قسمت عمده نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) در فاصله هوایی افت می‌کند. این به دلیل نفوذ پذیری مغناطیسی بیشتر آهن نسبت به هوا است. توجه کنید که شار عبوری از هسته آهنی و فاصله هوایی یکسان است.

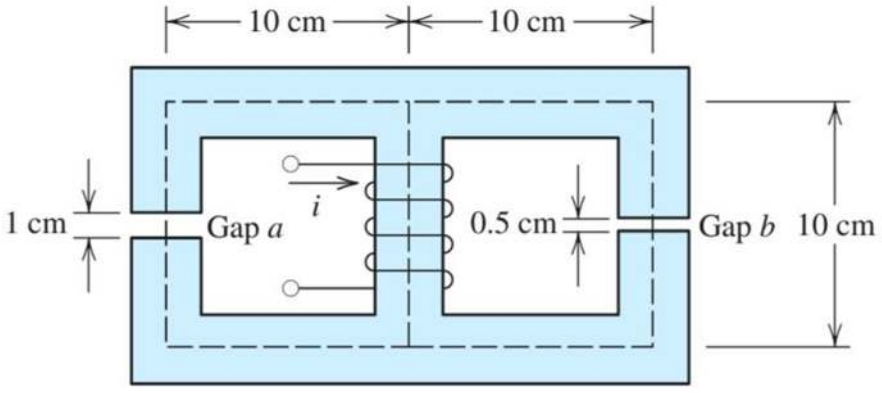
$$\varphi = B_{gap}A_{gap} = 0.25 \times 8.75 \times 10^{-4} = 2.188 \times 10^{-4}\ wb$$

شدت شار مغناطیسی در هسته آهنی بالاتر است چون سطح مقطع آن کوچکتر است.

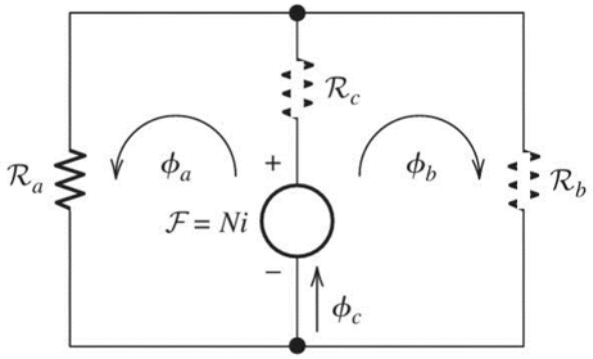
$$F = \varphi R = 4.6 \times 10^{6}\ (2.188 \times 10^{-4}) = 1006A$$

$$F = Ni \ \rightarrow i = \frac{1006}{500} = 2.012\ A$$

مثال: هسته آهنی مطابق شکل مقابل دارای یک سطح مقطع ۲×۲cm و نفوذ پذیری نسبی ۱۰۰۰ است. سیم پیچ دارای ۲۰۰ دور است و جریان $i = 2A$ دارد. چگالی شار مغناطیسی را در فاصله هوایی بیابید.



پاسخ: ابتدا معادل مدار مغناطیسی را در نظر می‌گیریم.



در مسیر مرکزی داریم:

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_{core}} = \frac{10 \times 10^{-2}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 1989 \times 10^5 \quad {}^{A}/_{wb}$$

در مسیر چپ و راست مقاومت مغناطیسی غالب مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی است.

$$R_a = R_{gap} + R_{core} = \frac{l_{gap}}{\mu_0 A_a} + \frac{l_{core}}{\mu_r \mu_0 A_{core}} = \frac{1 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 9 \times 10^{-4}} + \frac{29 \times 10^{-2}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}}$$

$$= 8.842 \times 10^6 + 5.769 \times 10^5 = 9.42 \times 10^6 \quad {}^{A}/_{wb}$$

$$R_b = R_{gap} + R_{core} = \frac{l_{gap}}{\mu_0 A_b} + \frac{l_{core}}{\mu_r \mu_0 A_{core}} = \frac{0.5 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 6.25 \times 10^{-4}} + \frac{29.5 \times 10^{-2}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}}$$

$$= 6.366 \times 10^6 + 5.869 \times 10^5 = 6.953 \times 10^6 \quad {}^{A}/_{wb}$$

$$R_{total} = R_c + \frac{1}{{}^{1}/_{R_a} + {}^{1}/_{R_a}} = 4.199 \times 10^6 \quad {}^{A}/_{wb}$$

$$\varphi_c = \frac{Ni}{R_{total}} = \frac{500 \times 2}{4.199 \times 10^6} = 238.1 \times 10^{-6} \quad wb$$

$$\varphi_a = \varphi_c \frac{R_b}{R_a + R_b} = 238.1 \times 10^{-6} \times \frac{6.935 \times 10^6}{6.935 \times 10^6 + 9.420 \times 10^6} = 101.1 \times 10^{-6} \ wb$$

$$\varphi_b = \varphi_c \frac{R_c}{R_a + R_b} = 137.0 \times 10^{-6} \quad wb \qquad (\varphi_c = \varphi_a + \varphi_b)$$

$$B_a = \frac{\varphi_a}{A_a} = \frac{101.1 \times 10^{-6} \ wb}{9 \times 10^{-4} m^2} = 0.1123 \ T$$

$$B_b = \frac{\varphi_b}{A_b} = \frac{137 \times 10^{-6} \ wb}{6.25 \times 10^{-4} m^2} = 0.219 \ T$$

خود القایی و القای متقابل

دیدیم که اگر جریان عبوری از یک سیم پیچ با زمان تغییر کند شار مغناطیسی عبوری از آن تغییر می‌کند و در آن ولتاژ القا می‌شود. قصد داریم ضریب القایی سیم پیچ را با خواص فیزیکی آن مرتبط کنیم. برای یک سیم پیچ که جریان i دارد و شار φ در آن ایجاد می‌شود، با فرض شار عبوری یکسان از تمام حلقه های سیم پیچ داریم:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\varphi}{i}$$

$$\varphi = \frac{Ni}{R} \Rightarrow \quad L = \frac{N^2}{R}$$

بنابراین ضریب القایی متناسب است با مربع تعداد دورهای سیم پیچ، ابعاد و جنس هسته. طبق قانون فارادی داریم:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

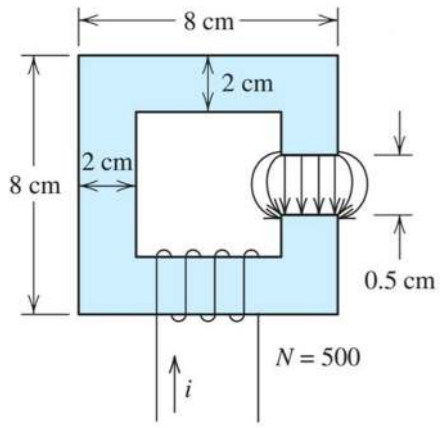
توجه کنید که برای یک هسته ثابت ضریب القایی ثابت است.

مثال : ضریب القایی را برای مثال قبلی داده شده (شکل زیر) بیابید.

$$R = 4.6 \times 10^6 \quad {}^{A}/_{wb}$$

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{500^2}{4.6 \times 10^6}$$

$$= 54.35 \quad mH$$



القای متقابل

زمانی که دو سیمپیچ به دور یک هسته آهنی پیچیده شده اند قسمتی از شار تولید شده توسط یک سیمپیچ از سیمپیچ دیگر عبور می‌کند. برای این منظور شار مغناطیسی سیمپیچ ۲ ناشی از جریان عبوری از سیم پیچ ۱ را با λ_{21} نشان میدهیم و شار مغناطیسی عبوری از سیم پیچ ۱ ناشی از جریان عبوری از آن را با λ_{11} نشان می‌دهیم. λ_{12} و λ_{22} به شکل مشابه برای سیم پیچ ۲ تعریف می‌شوند. ضریب خود القایی سیم پیچ‌ها برابر است با

$$L_1 = \frac{\lambda_{11}}{i_1} \qquad L_2 = \frac{\lambda_{22}}{i_2}$$

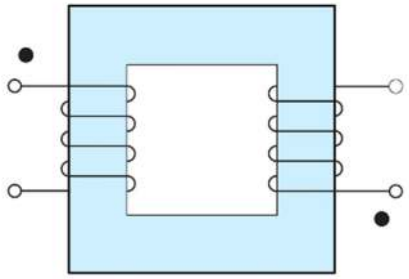
و ضریب القای متقابل بین سیم پیچ‌ها عبارت است از

$$M = \frac{\lambda_{21}}{i_1} = \frac{\lambda_{12}}{i_2}$$

کل شار عبوری از سیم پیچ‌ها عبارت است از

$$\lambda_1 = \lambda_{11} \pm \lambda_{12} \qquad \lambda_2 = \lambda_{22} \pm \lambda_{21}$$

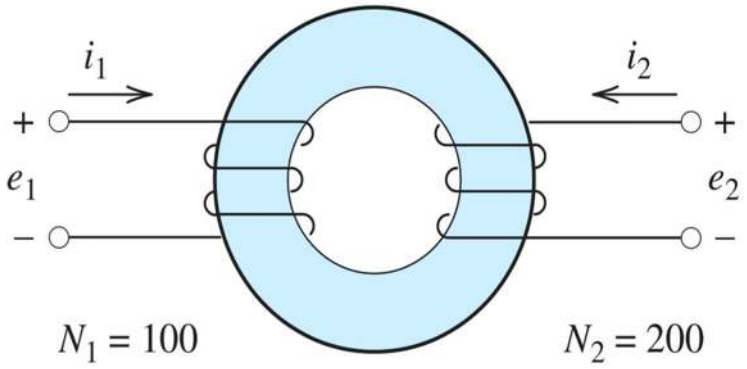
که علامت مثبت یا منفی با هم جهت بودن یا مختلف جهت بودن شار تعیین می‌شود. برای این منظوراز دایره‌های سیاه توپر برای مشخص کردن جهت شار استفاده می‌شود. برای مثال در شکل مقابل اگر جریان در جهت دایره‌های توپر وارد یا خارج شود شار تولید شده هم جهت (علامت مثبت) و در صورتی که از یکی وارد و از دیگری خارج شود شار تولید شده مختلف جهت (علامت منفی) است.



برای القای متقابل طبق قانون فارادی داریم:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 &= L_1 i_1 \pm M i_2 \\ \lambda_2 &= \pm M i_1 + L_2 i_2\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{aligned} e_1 &= {d\lambda}/{dt} = L_1 \frac{dLi}{dt} \pm M \frac{dLi}{dt} \\ e_2 &= \frac{d\lambda_2}{dt} = \pm M \frac{dLi}{dt} \pm L_2 \frac{dLi}{dt}\end{aligned}\right.$$

مثال: دو سیم پیچ روی یک هسته دایروی پیچیده شده‌اند. مقاومت مغناطیسی هسته $10^7 \frac{A}{wb}$ است. ضریب خود القایی القای متقابل را برای سیمپیچ‌ها تعیین کنید (با فرض اینکه تمام شار عبوری از سیمپیچ‌ها عبور می‌کند).



پاسخ:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R} = \frac{100^2}{10^7} = 1\ mH$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R} = \frac{200^2}{10^7} = 4\ mH$$

$$\varphi_1 = \frac{N_1 i_1}{R} = \frac{100\ i_1}{10^7} = 10^{-5}\ i_1$$

$$\lambda_{21} = N_2 \varphi_1 = 200 \times 10^{-5}\ \ i_1$$

ترانسفورمر ایده آل

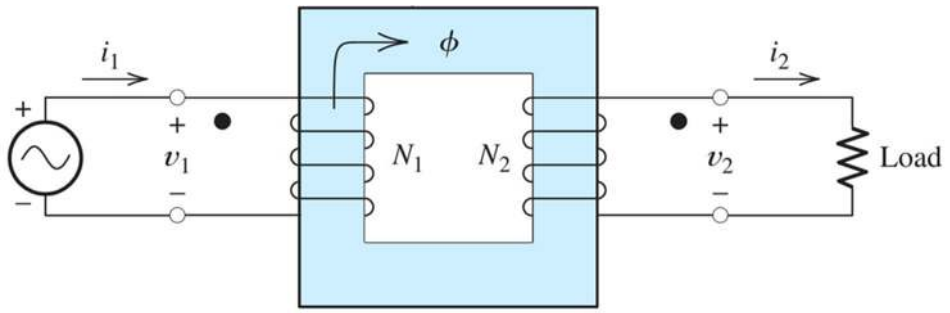
یک ترانسفورمر شامل چند سیم پیچ است که دور یک هسته آهنی پیچیده شده اند. خواهیم دید که ترانسفورمر را می‌توان برای تنظیم کردن ولتاژهای AC استفاده کرد. از ترانسفورمرها می‌توان برای افزایش یا کاهش ولتاژ استفاده کرد. ترانسفورمرها دارای کاربردهای زیادی هستند. به طور مثال برای انتقال جریان برق در مسیرهای طولانی باید ولتاژ را بالا برد (حدود صدها کیلو ولت). توجه کنید که توان انتقالی برابر است با:

$$P = V_{rms}.\, I_{rms}.\cos\theta$$

برای یک ضریب توان ثابت ترکیب های مختلفی از ولتاژ و جریان را می توان برای انتقال توان ثابت استفاده کرد. از آنجا که سیم‌های انتقال جریان دارای مقاومت غیر صفر هستند توان اتلافی در سیم‌ها برابر است با $P_{loss} = R_{line} I_{rms}^2$. با انتخاب یک جریان کم و ولتاژ زیاد می توان توان اتلافی در خطوط انتقال جریان را کاهش داد و بازدهی خطوط انتقال را بالا برد. از طرف دیگر برای ایمنی هنگام مصرف باید ولتاژ پایین باشد (مثلاً ۲۲۰V). برای این منظور از ترانسفورمرها استفاده می‌شود.

نسبت ولتاژ:

در یک ترانسفورمر طبق شکل ولتاژ AC به سیم پیچ اولیه وصل شده که شامل N_1 دور می‌باشد. با برقراری جریان در این سیم پیچ شار مغناطیسی در هسته ایجاد می‌شود و یک ولتاژ در سیم پیچ ثانویه با N_2 دور ایجاد می‌کند که توان را به بار انتقال می‌دهد. بسته به نسبت $\frac{N_2}{N_1}$ مقدار rms ولتاژ ثانویه می‌تواند بیشتر یا کمتر از ولتاژ rms سیم پیچ اولیه باشد.



$$V_1(t) = V_{1m}\cos(\omega t) = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varphi(t) = \frac{V_{1m}}{N_1 \omega}\sin(\omega t)$$

با فرض اینکه تمام شار مغناطیسی از سیم پیچ دوم عبور کند داریم:

$$V_2(t) = N_2 \frac{d\varphi}{dt} = N_2 \frac{V_{1m}}{N_{1w}} \frac{d}{dt}[\sin(\omega t)] = \frac{N_2}{N_1} V_{1m} \cos(\omega t) \quad \Rightarrow V_2(t) = \frac{N_2}{N_r} V_1(t)$$

این رابطه برای ولتاژ rms هم صدق میکند یعنی:

$$V_{2rms} = \frac{N_2}{N_1} V_{1rms}$$

در ترانسفورمر بالا توجه کنید که جهت سیم پیچی به گونه‌ای است که در صورت ورود جریان در (محل دایره‌های توپر) میدان مغناطیسی ایجاد شده و شار ناشی از آن موافق هم خواهد بود (به عبارت دیگر علامت القاء متقابل مثبت خواهد بود). توجه کنید که طبق قانون لنز ولتاژ القایی (در ترمینال نشان داده شده با دایره توپر) وقتی شار φ افزایش یابد دارای قطب مثبت است و وقتی شار φ کاهش یابد دارای قطب منفی است. بنابراین قطب های ولتاژ در ترمینال مربوط به دایره توپر موافق هم هستند، یعنی اگر ولتاژ سیم پیچ ۱ در ترمینال مربوط به دایره توپر مثبت باشد در سیم پیچ ۲ هم ولتاژ در ترمینال دایره توپر مثبت است.

مثال : فرض کنید که یک منبع AC با ولتاژ ۴۷۰۰V rms داریم و نیاز داریم که ولتاژ ۲۲۰V را به بار بدهیم. نسبت $\frac{N_2}{N_1}$ در ترانسفورمر باید چگونه باشد؟

پاسخ:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{rms1}}{V_{rms2}} = \frac{4700}{220} = 21.36$$

نسبت جریان

در ترانسفورمر داده شده در قبل در حالت ایده‌آل داریم:

$$N_1 L_i(t) = N_2 i_2(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{i_2(t)}{i_1(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

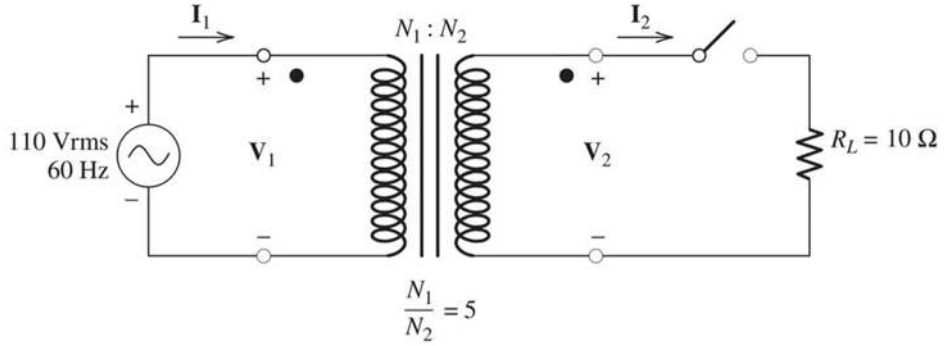
$$I_{2rms} = \frac{N_1}{N_2}\, I_{1rms}$$

توان در ترانسفورمر ایده‌آل

$$P_2(t) = V_2(t) i_2(t) \quad \rightarrow \; P_2(t) = \frac{N_2}{N_1} V_1(t) \cdot \frac{N_1}{N_2} i_1(t) = V_1(t) i_1(t) = P_1(t)$$

بنابراین در حالت ایده‌آل توان انتقالی به سیم پیچ دوم برابر است با توان تولید شده در منبع اولیه که به سیم پیچ اولیه داده می‌شود و توان در یک ترانسفورمر ایده آل نه تولید می‌شود نه مصرف می‌شود.

مثال: مدار شکل زیر را در نظر بگیرید مقدار جریان و ولتاژ rms وقتی سوئیچ بسته می‌شود را پیدا کنید.



پاسخ:

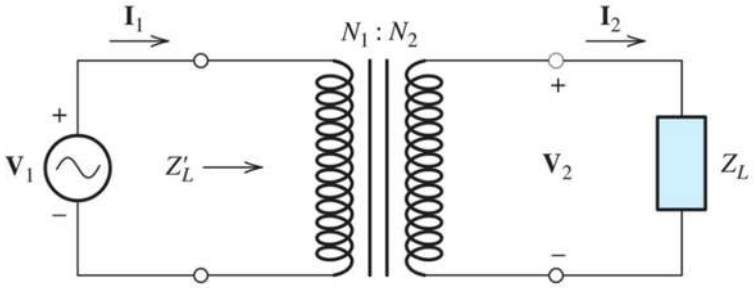
$$V_{2rms} = \frac{N_2}{N_1} V_{1rms} = {}^{1}/_{5} \times 110 = 22\ V \qquad I_{1rms} = \frac{N_2}{N_1} I_{2rms}$$

$$I_{2rms} = \frac{V_{2rms}}{R_2} = \frac{22}{10} = 2.2\ A$$

$$\Rightarrow\ I_{1rms} = \frac{N_2}{N_1} I_{2rms} = {}^{1}/_{5} \times 2.2 = 0.44\ A$$

تبدیل امپدانس

مدار شکل مقابل را در نظر بگیرید جریان و ولتاژ فازور در مدار ثانویه طبق رابطه زیر با امپدانس بار ارتباط دارد.



$$\frac{V_2}{I_2} = Z_L$$

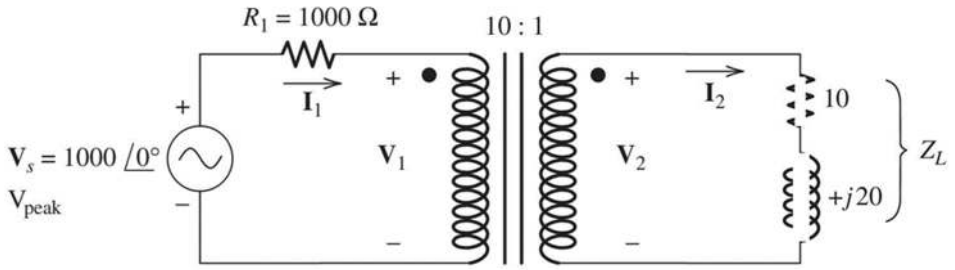
با جایگذاری نسبت ولتاژ و جریان داریم:

$$\frac{(N_2/N_1)V_1}{(N_1/N_2)I_1} = Z_L \qquad \Rightarrow\ Z_L{}' = \frac{V_1}{I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L$$

در رابطه بالا $Z_L{}'$ امپدانس است که توسط منبع ولتاژ حس می‌شود یا دیده می‌شود.

در این حالت گوییم امپدانس بار به سمت اولیه ترانسفورمر بازتاب پیدا می‌کند.

مثال: در مدار شکل جریان و ولتاژ فازور را بیابید. همچنین توان منتقل شده به بار را بیابید.



پاسخ:

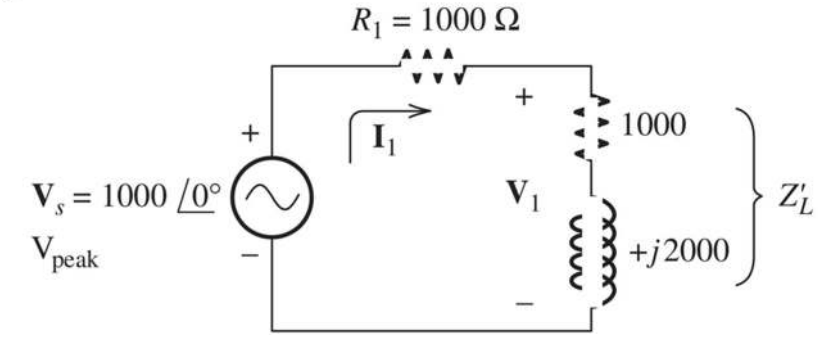
$$\acute{Z}_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L = 100(10 + 2\,j) = 1000 + 2000j$$

$$Z_s = R_1 + \acute{Z}_L = 2000 + 2000j = 2828\ \measuredangle 45°$$

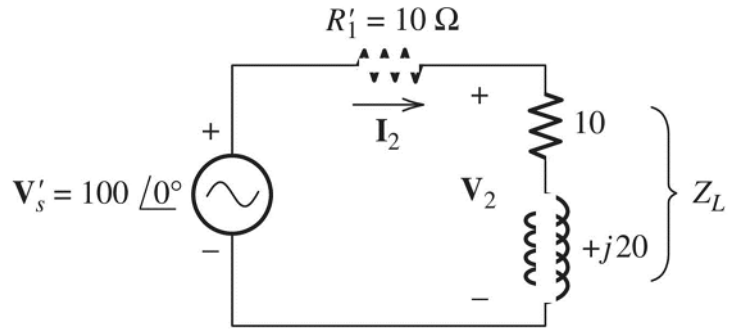
$$I_1 = \frac{V_s}{Z_s} = \frac{1000}{2828} = 0.3536 \measuredangle -45°\ A\ peak$$

$$V_1 = I_1 \acute{Z}_L = 790.6 \measuredangle 18.43°\ V\ peak$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 = 10 \times 0.3536 \measuredangle -45° = 3.536 \measuredangle -45°\ A\ peak$$



علاوه بر تبدیل و انتقال امپدانس از یک طرف به طرفی دیگر ترانسفورمر، می‌توان منبع ولتاژ یا جریان را با استفاده از نسبت دور تبدیل و منتقل کرد.



مثال: V_s و R_1 را در مدار شکل به سمت ثانوی ترانسفورمر انتقال دهید.

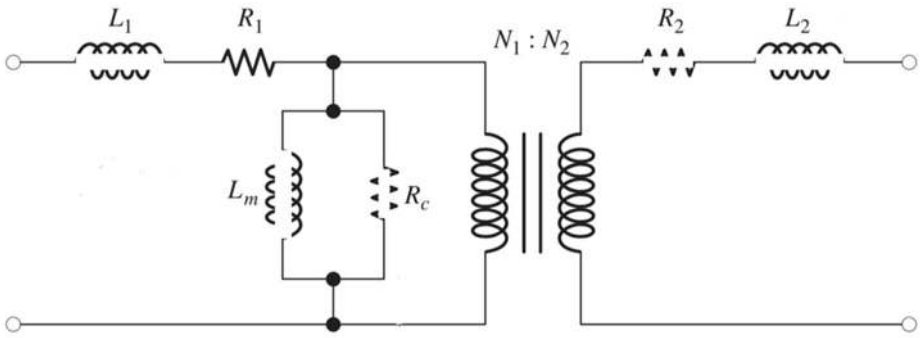
پاسخ:

$$V_s' = \frac{N_2}{N_1} \rightarrow V_s = \frac{1}{10} 1000 \angle 0 = 100 \angle 0$$

$$R_1' = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \rightarrow R_1 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (1000) = 10\ \Omega$$

ترانسفورمرهای واقعی

معمولا برای یک ترانسفورمر واقعی مدار مقابل را در نظر می گیرند.



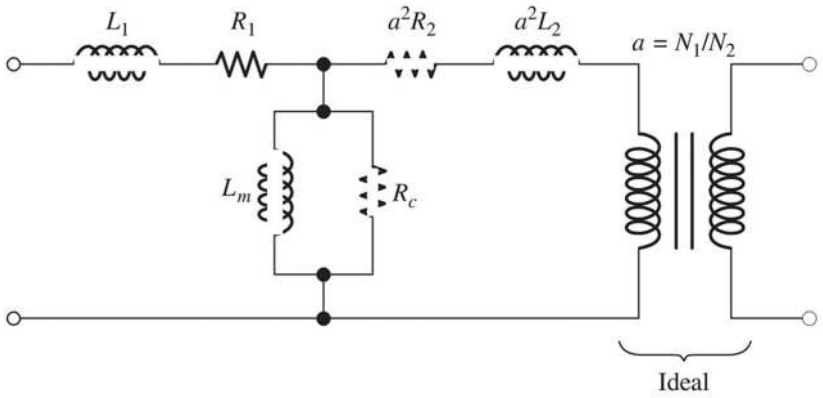
در این مدار مقاومت های R_1 , R_2 مقاومت سیم های سیم پیچ را نشان می دهند. برای ترانسفورمر ایده آل فرض کردیم همه شار مغناطیسی از سیمپیچ ها عبور میکند. ولی در واقعیت قسمتی از شار سیمپیچ‌ها عبور نمی‌کند که به آن شار نشتی (leakage flux) گویند. این شار نشتی با اضافه کردن القاگرهای L_1 و L_2 به مدار ترانسفورمر ایده آل مدل می‌شود. همینطور در ترانسفورمر ایده‌آل فرض کردیم مقاومت مغناطیسی هسته قابل چشم پوشی است که به این معنی است نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) صفر برای برقراری شار در هسته نیاز است. اما در ترانسفورمر واقعی القاگر مغناطیسی کننده (magnetizing inductance) L_m برای مدل کردن مقاومت مغناطیسی غیر صفر در نظر گرفته می‌شود و همچنین برای مدل کردن توان تلف شده در هسته استفاده می‌شود.

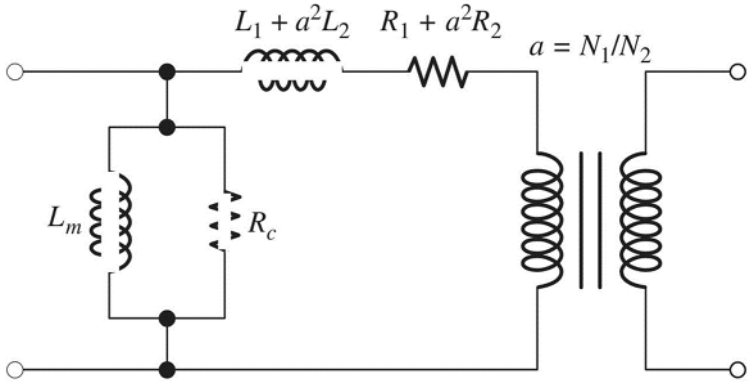
به طور مثال برای یک ترانسفورمر 2400/240V , 20KVA , 60HZ مقدار تقریبی المان‌های مدل بالا برابر است با:

		Ideal	Real
مقاومت اولیه	R_1	0	3Ω
مقاومت ثانویه	R_2	0	0.03 Ω
القاگر شار نشتی اولیه	$X_1=\omega L_1$	0	6.5 Ω
القاگر شار نشتی ثانویه	$X_2=\omega L_2$	0	0.07 Ω
القاگر مغناطیس راکتانس	$X_m=\omega L_m$	∞	15kΩ

مقاومت اتلافی هسته	R_c	∞	$100k\Omega$

مدل های دیگر ترانسفورمر واقعی





تنظیم ولتاژ و بازده

در ترانسفورمرهای واقعی ولتاژ اعمال شده به سمت بار با جریان بار متغیر است که یک خاصیت نامطلوب است این خاصیت با یک پارامتر به نام تنظیم ولتاژ تعریف می‌شود.

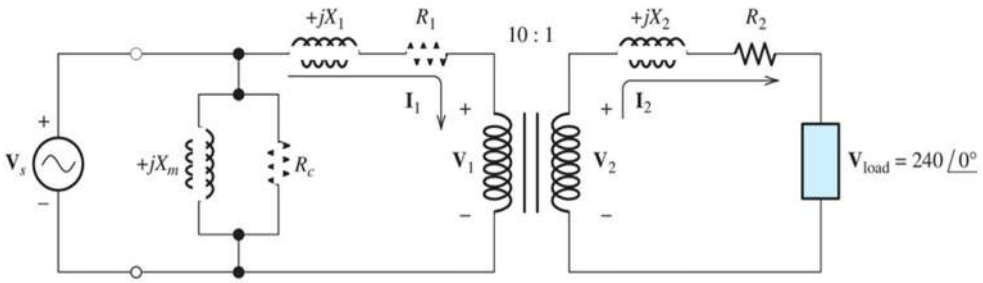
$$\text{voltage requlation} = \frac{V_{no-load} - V_{load}}{V_{load}} \times 100\%$$

به صورت ایده‌آل مطلوب است که تنظیم ولتاژ صفر باشد (هرچه کمتر بهتر). به طور مثال در صورت تنظیم ولتاژ بالا در یک مدار وقتی ماشین لباسشویی را روشن می‌کنید نور لامپ روشن در مدار کم می‌شود که یک اثر نامطلوب است.

نکته : با توجه به وجود مقاومت های موجود در ترانسفورمر، تمام توان ورودی به ترانسفورمر به بار منتقل نمیشود. این مساله با ضریب بازده و توان تعیین میشود:

$$\text{بازده} = \frac{P_{load}}{P_{in}} \times 100\%$$

مثال: تنظیم ولتاژ و بازده توان را برای ترانسفورمر داده شده در جدول صفحه قبل بیابید فرض کنید که ضریب توان ۰.۸ پس فاز است.



برای ساده تر کردن محاسبات X_1 و R_1 در سمت چپ مدار نشان داده شده اند.

همچنین در مهندسی برق مرسوم است که مقدار rms را به جای اندازه ماکزیمم برای اندازه فازور در نظر بگیرند. فرض می‌کنیم فاز ولتاژ بار صفر است.

$V_{load} = 240 \measuredangle 0°$

$$I_2 = \frac{20\ KVA}{240\ v} = 83.33\ A$$

$$PF = \cos\theta = 0.4 \Rightarrow \theta = 36.87^\circ$$

$$\Rightarrow I_{2rms} = 83.33\angle -36.87^\circ\ A$$

$$V_2 = V_{load} + (R_2 + j)I_2 = 240 + (0.03 + j0.07)83.33\angle -36.87^\circ$$
$$= 240 + 6.346\angle 29.93^\circ$$

$$V_2 = 245.5 + 3.166\ j\ \ v$$

$$V_1 = \frac{N_1}{N_2}V_2 = 2455 + 31.66\ j\ v$$

$$V_s = V_1 + (R_1 + jX_1)I_1 = 2455 + 31.66j + (3 + 6.5\ j) \times (8.333\angle -36.8^\circ)$$
$$= 2508.2\angle 1.37^\circ$$

$$P_{loss} = \frac{V_s^2}{R_c} + I_1^2R_1 + I_2^2R_2 = 65.91 + 208.3 + 208.3$$

$$= 479.5\ W$$

$$P_{loss} = V_{load}I_2 \times PF = 20KVA \times 0.5 = 16\ kW$$

$$P_{in} = P_{load} + P_{loss} = 1600 + 479.5 = 16.4795\ kW$$

$$\eta = \left(1 - \frac{P_{loss}}{P_{in}}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{479.5}{164745}\right) \times 100\% = 97.09\%$$

برای حالت بدون بار داریم.

$$I_1 = I_2 = 0 \qquad V_1 = V_2 = 2508.2\ v$$

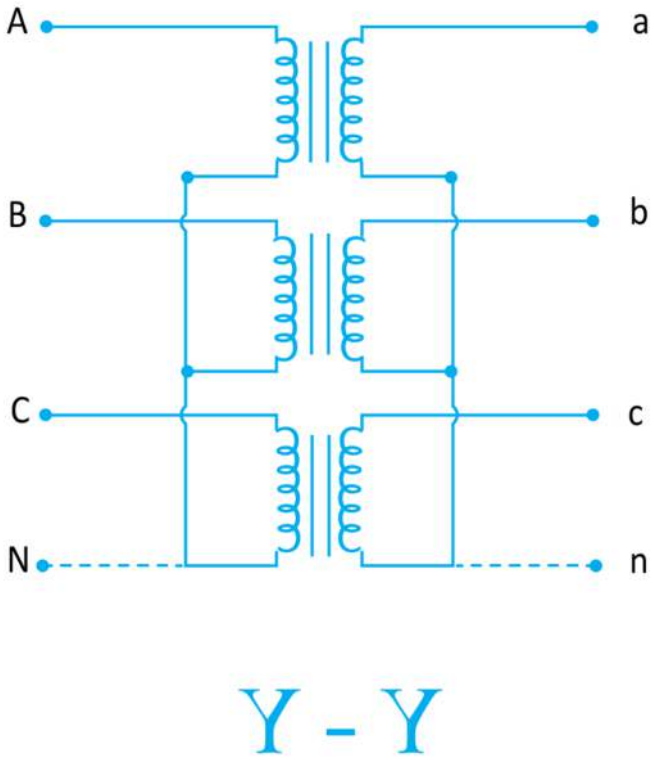
$$V_{no-load} = V_2 = V_1\frac{N_2}{N_1} = 250.82\ v$$

$$requlation = \frac{V_{no-load} - V_{load}}{V_{load}} \times 100\% = \frac{250.82 - 240}{240} \times 100\%$$
$$= 4.51\ \%$$

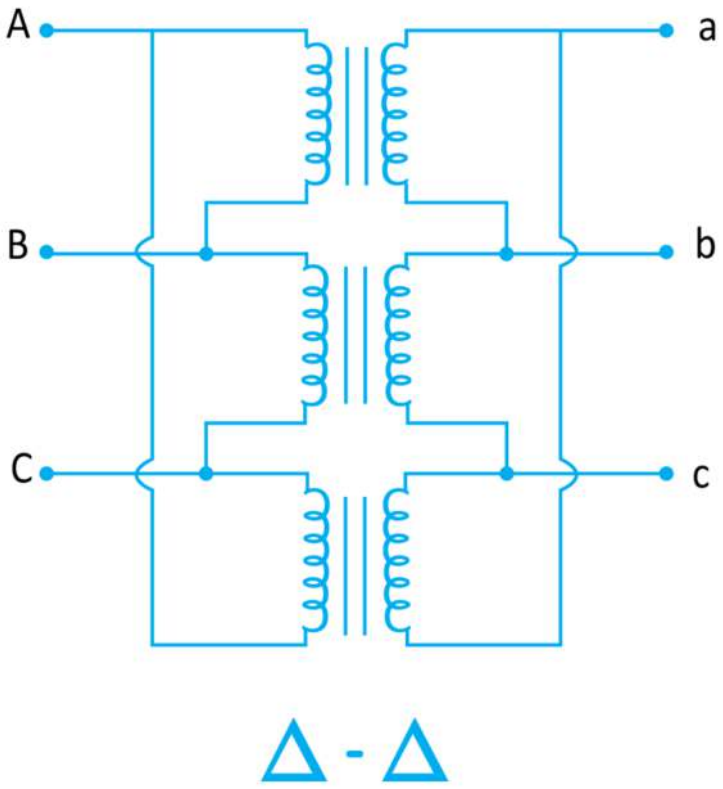
ترانسفورمرهای سه فاز

برای جریان‌ها و خطوط انتقال سه فاز قاعدتاً باید از ترانسفورمرهای سه فاز استفاده کرد. لذا با اتصال سیم پیچ‌های اولیه و ثانویه ترانسفورمرهای تک فاز می‌توان ترانسفورمر سه فاز ایجاد کرد.

اتصال ستاره – ستاره Y_Y



اتصال مثلث – مثلث Δ-Δ

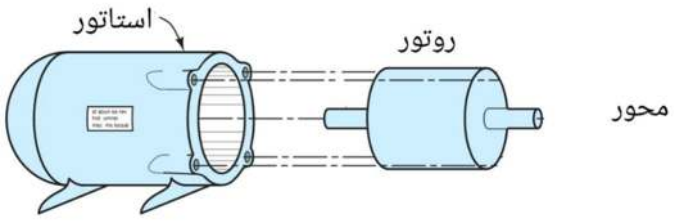


اتو ترانسفورمر: در بعضی ترانسفورمرها یک سیم پیچ داریم که دارای دسترسی محلی است که قابلیت کنترل تعداد دور سیم پیچ را دارد و به تبع آن ولتاژ خروجی طرف ثانویه متغیر و قابل تنظیم است.

موتورهای DC

ساختار کلی موتورها

یک موتور الکتریکی شامل یک بخش ساکن به نام استاتور (stator) و یک روتور (rotor) است ،که بخش چرخنده موتور است که به یک محور متصل است که ماشین را به بار مکانیکی وصل می‌کند. روتور و محور دارای تکیه‌گاه بلبرینگی هستند که امکان چرخش آزاد آنها را فراهم می‌کند. با توجه به نوع موتور استاتور یا روتور و یا هر دو دارای سیم پیچ‌های هادی جریان هستند. جریان در سیم پیچ روتور (یا استاتور) میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که در اثر متقابل با میدان مغناطیسی استاتور (یا روتور) گشتاور ایجاد می‌کند. معمولاً استاتور و روتور از آهن ساخته شده‌اند که میدان مغناطیسی را تقویت می‌کند.



معمولاً جریان سیم پیچ استاتور مستقل از بار مکانیکی وارد بر محور موتور است (به استثنا موتورهای اتصال سری). از طرف دیگر سیم پیچ روتور جریانی را عبور می‌دهد که وابسته به بار مکانیکی محور روتور است. معمولاً برای بارهای مکانیکی کم جریان کمتر و برای بارهای زیاد جریان بیشتری از سیم پیچ روتور کشیده می‌شود در بعضی

از ماشین‌های الکتریکی به جای سیم پیچ استاتور از مغناطیس دائم (permanent-magnet) PM استفاده می‌شود.

موتورهای AC

موتورهای AC با جریان AC تغذیه می‌شوند و می توانند تک فاز یا سه فاز باشند. دارای انواع مختلف هستند که دو نوع آن در زیر آمده است:

ـ موتورهای القایی: که معمول‌ترین و مورد استفاده‌ترین نوع موتورهای مورد استفاده هستند.

ـ موتورهای سنکرون: که با سرعت ثابت می‌چرخند بدون اثر گشتاور بار خروجی. ماشین‌های سه فاز سنکرون درصد بالایی از انرژی الکتریکی تولید شده در جهان را تولید می‌کنند.

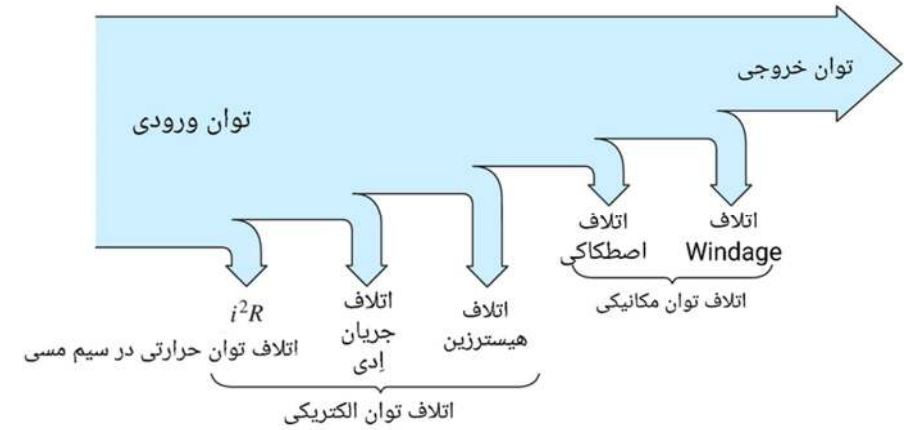
موتورهای DC

موتورهای DC با منبع DC مثل یک باتری تغذیه می‌شود. معمول‌ترین نوع موتورهای DC موتورهای با جاروبک هستند. در این موتورها جهت جریان در روتور به صورت تناوبی تغییر می‌کند. این کار با استفاده از یک سوئیچ مکانیکی به نام جاروبک (brush) که روی استاتور نصب شده و یک کموتاتور (commutator) که روی محور روتور نصب شده انجام می‌شود. هر کموتاتور به بخشی از سیم پیچ روتور متصل است و جاروبک‌ها در تماس لغزش با کموتاتور هستند. چرخش محور

کموناتور و سوئیچ کردن جاروبک‌ها از یک بخش به بخش دیگر باعث تغییر جهت جریان در سیم پیچ روتور می‌شود.

اتلاف انرژی_ توان و بازده

در انتقال توان از یک منبع سه فاز به یک بار مکانیکی مثلاً یک پمپ قسمتی از توان مطابق شکل زیر هدر می‌رود.



توان ورودی سه فاز برابر است با؛

$$P_{in} = \sqrt{3}\, V_{lrms} I_{rms} \cos(\theta)$$

که این توان براساس ولتاژ خط سه فاز تعیین شده است. در صورت استفاده از ولتاژ منبع داریم $V_{yrms} = \sqrt{3} V_{lrms}$ و با جایگذاری داریم

$$P_{in} = 3\, V_{yrms} I_{rms} \cos(\theta)$$

توان خروجی مکانیکی برابر است با؛

$$P_{out} = T_{out} \omega_m$$

در برخی موارد سرعت زاویه‌ای برحسب دور بر دقیقه یا rpm نشان داده می‌شود و با n_m نمایش داده می‌شود داریم:

$$\omega_m = n_m \times \frac{2\pi}{60}$$

واحد دیگر گشتاور خروجی فوت-پوند f.lb است که طبق رابطه زیر به نیوتن-متر N.m تبدیل می‌شود.

$$T_{f.lb} = T_{N.m} \times 0.7376$$

واحد دیگر توان اسب بخارhp است که داریم.

$$P_{hp} = {}^{P_w}/_{746}$$

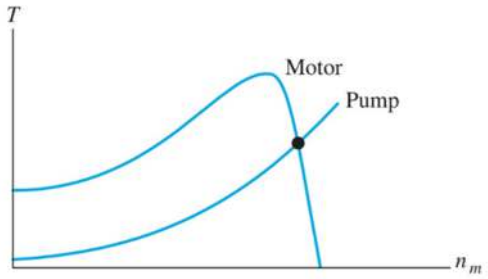
توان مجاز (power rating) برای یک موتور، توانی است که موتور می‌تواند به صورت ایمن و پیوسته ایجاد کند. اگر توان لازم مکانیکی کمتر از توان مجاز باشد موتور جریان کمتری از منبع سه فاز می‌کشد و در مورد موتورهای القایی سرعت آن افزایش می‌یابد. توجه کنید که موتورها می‌توانند توان از صفر تا چند برابر توان مجاز تولید کنند و این بر عهده طراح است که مطمئن شود بار اضافی به موتور وارد نمی‌شود. نکته مهم افزایش دمای موتور در اثر بار اضافی است در صورتی که افزایش بار روی موتور افزایش دمای زیادی به دنبال نداشته باشد این افزایش بار مجاز خواهد بود.

بازده موتور طبق رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

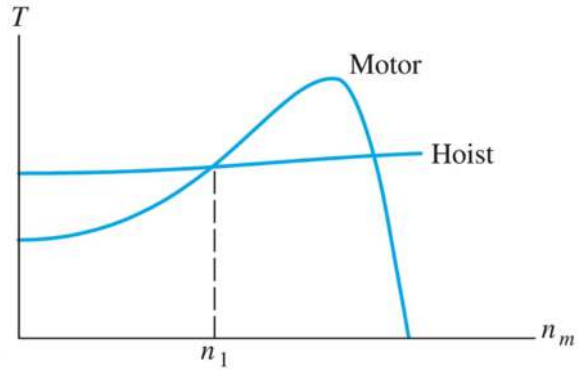
برای موتورهایی که حول توان مجاز کار می‌کنند بازده ۸۵ تا ۹۵ درصد. اما در صورتی که توان تولیدی موتور نسبت به توان مجاز مقدار کمی باشد بازده آن معمولاً پایین خواهد بود.

فرض کنید یک موتور سه فاز یک پمپ را حرکت می‌دهد برای این موتور نمودار گشتاور– سرعت موتور به شکل زیر است.



در شکل گشتاور مورد نیاز پمپ هم بر اساس سرعت نمایش داده شده است. همانطور که می‌بینیم سرعت‌های پایین توان تولیدی موتور بیشتر از توان مورد نیاز پمپ است بنابراین گشتاور اضافه باعث سرعت گرفتن موتور می‌شود و در نهایت در سرعتی که توان مورد نیاز برابر با توان تولیدی موتور باشد به سرعت و توان پایدار می‌رسد.

حال فرض کنید که موتور سه فاز برای یک بالابر (جرثقیل) استفاده می‌شود.



طبق نمودار مقابل توان اولیه موتور کمتر از توان مورد نیاز برای حرکت بالابر است. بنابراین موتور نمی‌تواند بالابر را حرکت دهد و اگر جریان قطع نشود در اثر فشار بار مکانیکی موتور داغ کرده و خراب می‌شود. در این حالت موتور می‌تواند بار را در سرعت‌های بالاتر حرکت دهد، این کار با استفاده از یک کلاچ مکانیکی امکان‌پذیر است.

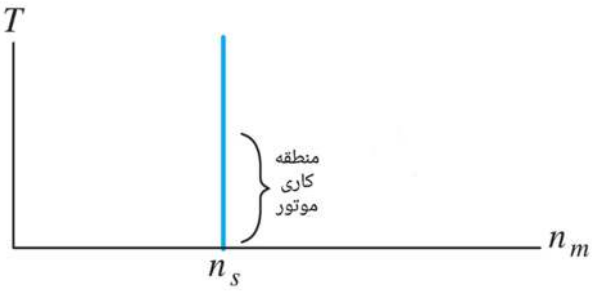
تنظیم سرعت

بسته به نوع منحنی مشخصه سرعت–گشتاور، موتور ممکن است که با افزایش گشتاور خروجی سرعتش کاهش پیدا کند. به این ترتیب، تنظیم سرعت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$speed\ regulation = \frac{n_{no-load} - n_{full-load}}{n_{full-load}} \times 100\%$$

موتورهای سنکرون Synchronous-motor

نمودار سرعت –گشتاور موتور سنکرون در شکل زیر آمده است؛



سرعت کاری موتور سنکرون ثابت است و برابر است با؛

$$\omega_s = \frac{2\omega}{P}$$

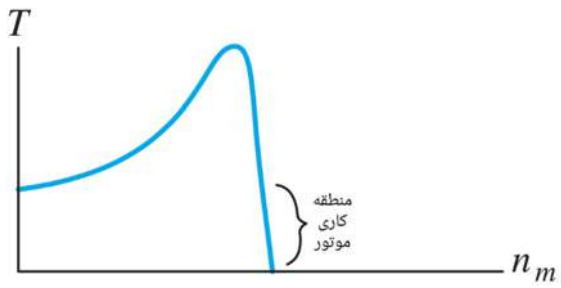
که ω فرکانس زاویه منبع AC و p تعداد قطب‌های مغناطیسی ماشین الکتریکی است با برحسب rpm،

$$n_s = \frac{120\, f}{P}$$

تعداد قطب‌های ماشین سنکرون معمولاً زوج است و برای فزکانس برق f=60 HZ می تواند 900rmp , 1200rmp , 1800 rmp , 3600rmp سرعت داشته باشد. همانطور که از نمودار می‌بینیم گشتاور شروع به کار موتور سنکرون صفر است. بنابراین باید اقدامات خاصی را برای شروع به کار موتور انجام داد. به طور مثال می‌توان موتور را به صورت القایی شروع به کار کرد (با بار کمتر) و سپس زمانی که سرعت به سرعت سنکرون می‌رسد به حالت موتور سنکرون سوئیچ کرد.

موتور القایی (induction motor)

نمودار گشتاور به سرعت یک موتور القایی را قبلاً دیدیم.



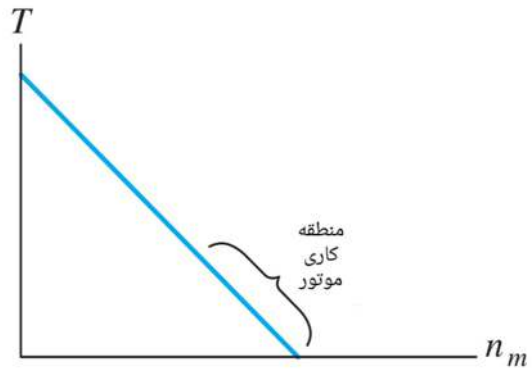
سرعت یک موتور القایی کمی کمتر از سرعت موتور سنکرون است (در کاربردهای معمول) به طور مثال در بار کامل یک موتور با ۴ قطب (p=4) با سرعت 1750rpm کار می‌کند و در حالت بدون بار با سرعت 1800 rpm. برای شروع کار موتور القایی جریان کشیده شده ممکن است چندین برابر جریان در حالت بار کامل باشد. بنابراین، برای جلوگیری از جریان اضافی، موتورهای القایی بزرگ معمولاً با ولتاژ کاهش یافته شروع به کار می‌کنند.

بنابراین وقتی موتور را با نصف ولتاژ کاری شروع به کار می کنیم . گشتاور خروجی یک چهارم ولتاژ مجاز کاری است .

گشتاور تولیدی موتور معمولا متناسب با توان دوم ولتاژ است. بنابراین در یک سرعت مشخص، وقتی موتور با نصف ولتاژ نامی شروع به کار می‌کند، گشتاور خروجی یک چهارم گشتاور نامی موتور است. مشکلات مربوط به سرعت موتورهای سنکرون در مورد موتورهای القایی هم وجود دارد.

موتورهای DC اتصال شانت (shunt-connected)

در موتورهای DC که دارای سیم پیچ استاتور و روتور هستند بسته به اینکه سیم پیچ استاتور و روتور به صورت موازی با هم (شانت) یا سری با هم قرار گرفته باشند منحنی مشخصه سرعت–گشتاور متفاوت است.

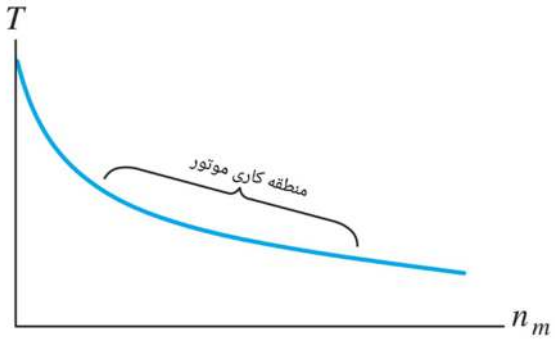


برای اتصال شانت داریم که گشتاور شروع به کار بالاست و بنابراین جریان بالایی برای شروع به کار از منبع میکشد و برای محدود کردن جریان در زمان شروع به کار معمولاً یک مقاومت الکتریکی به صورت سری با سیم پیچ روتور قرار می‌دهند تا جریان را محدود کنند.

برای ولتاژ و جریان ثابت کاری، موتورهای اتصال شانت تغییرات سرعت کمی برای منطقه کاری معمول خود نشان می‌دهند. البته راه‌های مختلفی برای تغییر منحنی سرعت– گشتاور اتصال شانت وجود دارد. برخلاف موتورهای سنگرون و القایی سرعت موتورهای DC محدود به مقادیر مشخصی نیست و می تواند مقادیر متفاوتی داشته باشد.

موتورهای DC اتصال سری

برای موتورهای DC که سیم پیچ استاتور و روتور بصورت سری متصل شده اند، منحنی سرعت – گشتاور به شکل مقابل است.



موتورهای اتصال سری دارای جریان و گشتاور شروع به کار متوسطی هستند. سرعت آنها با تغییر گشتاور خروجی به صورت خودکار درمحدوده وسیعی تنظیم می‌شود. با توجه به اینکه برای بارهای مکانیکی سنگین‌تر سرعت آن کمتر می‌شود (در مقایسه با انواع دیگر موتور) توان خروجی آن تا حد زیادی ثابت است. این موضوع بسیار مفید است زیرا موتور می‌تواند در محدوده وسیعی از منطقه کاری با توان مجاز ماکزیمم کار کند. به طور مثال استارت خودرو یک موتورDC اتصال سری است. وقتی موتورسرد است استارت موتور با سرعت پایین‌تری کار می‌کند. وقتی موتور گرم است استارت با سرعت بیشتری می‌چرخد. در هر دو حالت جریان کشیده شده از باتری در محدوده مجاز است. در مقابل، برای یک موتور اتصال شانت در شرایط مشابه، در هر دو حالت موتور را با سرعت ثابت به حرکت در می‌آورد، بنابراین برای استارت یک موتور سرد جریان بسیار بالاتری خواهد کشید.

در بعضی موارد، سرعت بدون بار موتور اتصال سری می‌تواند بسیار بالا و خطرناک باشد. در صورتی که در مورد استفاده امکان صفر شدن بار مکانیکی وجود دارد، باید از یک سیستم کنترلی برای جدا کردن موتور از منبع الکتریکی استفاده کرد تا از سرعت

بالا و خطرناک موتور جلوگیری کرد. نوع خاصی از موتورهای AC به نام یونیورسال universal مشابه موتور DC اتصال سری کار می‌کند.

مثال: یک موتور القایی سه فاز hp۵ با یک منبع سه فاز vrms440(خط به خط) کار می‌کند و جریان Arms 6.8 را با ضریب توان۷۸٪ پس فاز $\cos\theta = 0.78$ در شرایط بار کامل مجاز عبور می‌دهد سرعت در حالت بار کامل 1150 rpm است. در حالت بدون بار سرعت 1195rpmو جریان خط 1.2 Arms است با ضریب توان ۳۰٪ پس فاز . اتلاف توان و بازدهی در حالت بار کامل توان ورودی در حالت بدون بار و تنظیم سرعت را بیابید.

$$P_{out} = 5 \times 746 = 3730\,w$$

$$P_{in} = \sqrt{3}V_{rms}I_{rms}\cos\theta = \sqrt{3}(440)(6.8)(0.78) = 4042\,w$$

$$P_{loss} = P_{in} - P_{out} = 312\,w$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = 92.28\,\%$$

$$no-load \rightarrow P_{in} = \sqrt{3}(440)(1.2)(0.3) = 274.4\,w$$

$$P_{out} = 0$$

$$P_{loss} = 274.4\,w \qquad \eta = 0\%$$

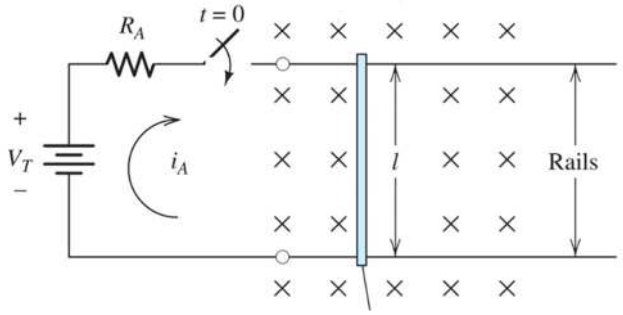
$$speed\ regulation = \frac{n_{no-load} - n_{full-load}}{n_{full-load}} \times 100\% = \frac{1195 - 1150}{1195}$$

$$= 3.91\%$$

اصول کار ماشین های DC:

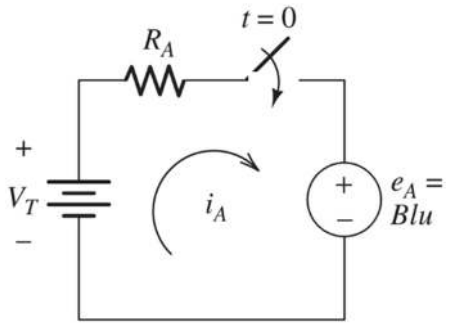
با بسته شدن سوئیچ جریان $i_A(0^+) = \frac{V_T}{R_A}$ در راستای ساعتگرد ایجاد می شود.

$$\vec{f} = \overrightarrow{\imath_A L} \times \vec{B}$$



چون میدان مغناطیسی و جریان عمود بر هم هستند میتوان نوشت اندازه نیروی وارد برسیم برابر است با $f = i_A lB$ که جهت این نیرو به سمت راست است. با حرکت میله به سمت راست و سرعت گرفتن آن ولتاژی به اندازه $e_A = Blu$ در میله القا می شود. توجه کنید که طبق شکل ولتاژ القا شده e_A با منبع V_T مخالفت می‌کند و داریم.

$$i_A = \frac{V_T - e_A}{R_A}$$

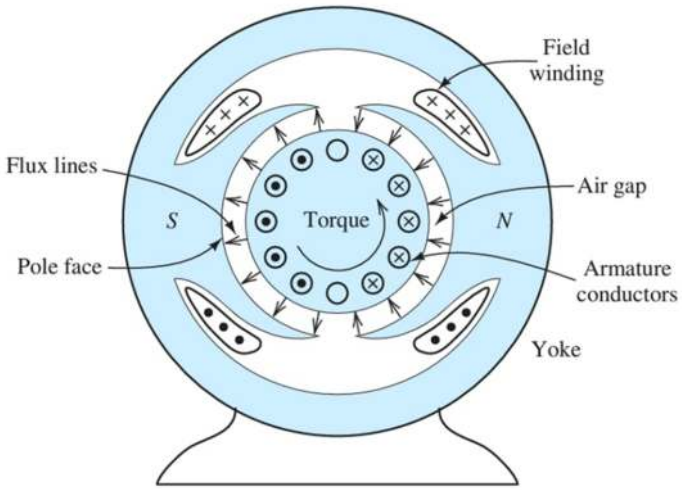


با ادامه حرکت میله ولتاژ بیشتری در میله القا می شود و میله سرعت بیشتری می گیرد تا جایی که $V_T = e_A$ و بعد از آن میله با سرعت ثابت به حرکت ادامه می دهد و نیرو و جریان صفر میشود. حالا اگر یک بار مکانیکی به میله وصل شود طوری که نیرویی به سمت چپ وارد کند سرعت میله کاهش می‌یابد و باعث کاهش ولتاژ القا شده e_A می‌شود . جریان در میله به سمت پایین برقرار می‌شود به طوری که نیروی

القای مغناطیسی به سمت راست میله وارد می‌شود تا حدی که نیروی مغناطیسی $f = i_A lB$ برابر با نیروی بار شود. در این حالت میله با سرعت ثابت حرکت می‌کند و بخشی از توان در R_A تلف می‌شود و توان انتقالی $p = i_A e_A$ به صورت توان مکانیکی $p = f.u$ تبدیل می‌شود.

حالت ژنراتور: فرض کنید نیروی خارجی در حالت $V_T = e_A$ به سمت راست به میله وارد شود و باعث افزایش سرعت میله به سمت راست می‌شود. در این حالت ولتاژ القایی e_A از ولتاژ منبع V_T بیشتر می‌شود و در این حالت جریان به سمت بالا در میله ایجاد می‌شود و نیروی الکترومغناطیسی به سمت چپ به میله وارد می‌شود. سرعت تا حدی می‌رسد نیروی خارجی به سمت راست با نیروی مغناطیسی به سمت چپ برابر می‌شود و میله با سرعت ثابت حرکت می‌کند. در این حالت توان القایی $p = i_A e_A$ بخشی در $P_R = i_A^2 . R_A$ تلف می‌شود و بخشی به مقدار $P_t = V_T . i_A$ منتقل به باتری می‌شود. در این حالت انرژی مکانیکی حاصل از کشیدن سیم به راست تبدیل به انرژی الکتریکی می‌شود، قسمتی در مقاومت تلف شده و بقیه به صورت انرژی شیمیایی در باتری ذخیره می‌شود.

معمول‌ترین نوع موتورDC شامل یک استاتور به شکل سیلندر است که تعداد زوج قطب مغناطیسی روی آن قرار دارد (به صورت مغناطیس دائم یا سیم پیچ. قطب‌ها به صورت یک در میان N و S هستند. در داخل استاتور یک روتور قرار دارد که روی روتور به صورت طولی سیم پیچ آرمیچر قرار می‌گیرد.

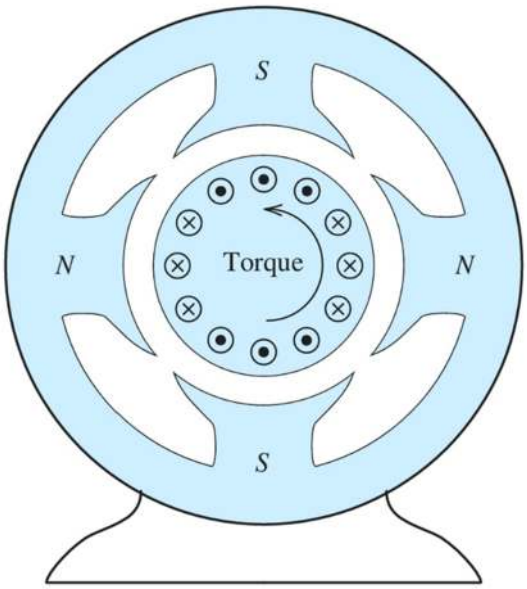


از آنجا که شار مغناطیسی تمایل دارد از کمترین مقاومت مغناطیسی عبور کنند، از قطب استاتور با کوتاه‌ترین مسیر به روتور می‌رود (چون مقاومت مغناطیسی روتور از هوا کمتر است). در این حالت خطوط شار عمود بر سطح روتور است.

در یک موتور الکتریکی، جریان در سیم پیچ استاتور و روتور برقرار می‌شود و در این حالت طبق شکل، گشتاور پادساعتگرد به سیم پیچ روتور وارد می‌شود.

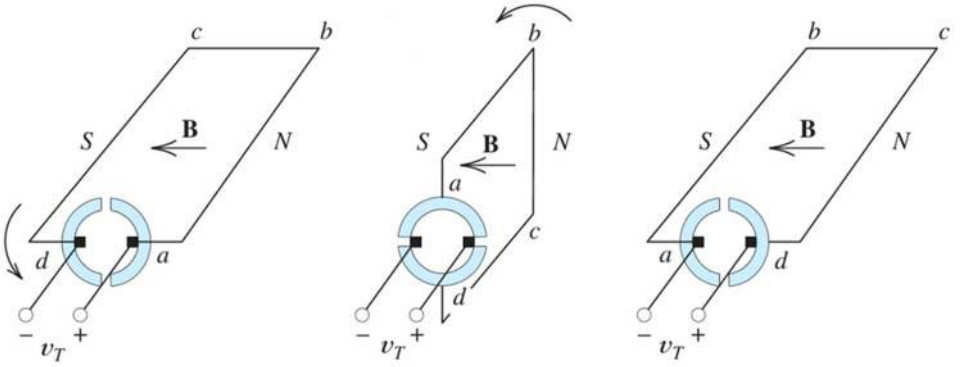
$$f = \overrightarrow{\imath L} \times \vec{B}$$

یک ماشین الکتریکی با ۴ قطب مغناطیسی دائم در شکل زیر نمایش داده شده است.



توجه کنید که جهت جریان در سیم پیچ‌های روتور باید عوض شود، وقتی سیم پیچ در کنار قطب N قرار دارد نسبت به حالتی که کنار قطب S قرار دارد دارای جهت مخالف است. با توجه به اینکه روتور در حال چرخش است، جهت میدان مغناطیسی استاتور تغییر می‌کند و نیاز به یک سوئیچ مکانیکی است (به نام کموتاتور) که اتصال به سیم پیچ‌های روتور را (وقتی به قطب مخالف رسیدند) برعکس می‌کند و جهت جریان را در سیم پیچ موتور تغییر می‌دهد. در این حالت ولتاژ القا شده در سیم پیچ‌ها ثابت می‌ماند.

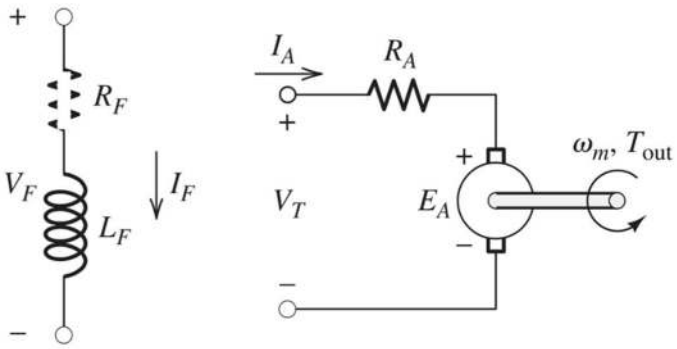
برای توضیح نقش کموتاتور، یک ماشین الکتریکی با دو قطب و یک سیم پیچ روتور را در نظر بگیرید. در این حالت انتهای سیم پیچ به یک کموتاتور دوبخشی که به موتور وصل هستند متصل است. جاروبک های روی استاتور با بخش های کموتاتور تماس برقرار می کنند و جهت جریان را در سیم پیچ تغییر می دهد. معمولاً یک موتور الکتریکی دارای ۲۰ تا ۵۰ کموتاتور است.



نکته منفی موتورهای DC با جاروبک نگهداری آنهاست و باید بصورت مداوم جاروبک ها را تعویض کرد.

مدار معادل موتورهای DC

مدارهای معادل یک موتور DCبه شکل زیر است :



با فرض جریان پایدار (steady-state) میتوان از القاگر صرف نظر کرد (القاگر مثل سیم مدل میشود). بنابراین داریم (برای سیم پیچ استاتور) $V_F = R_F I_F$

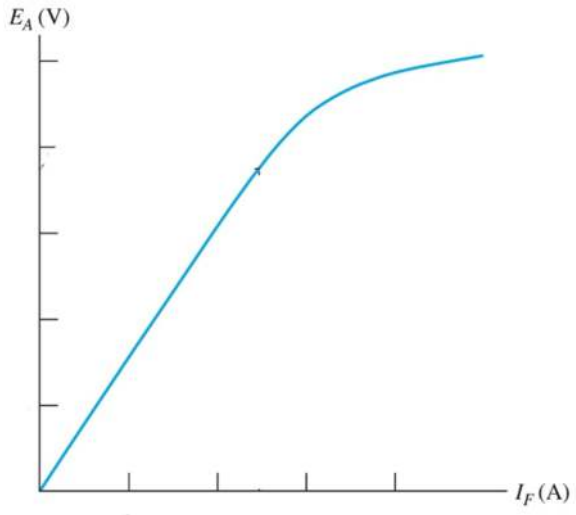
ولتاژ E_A نشان داده شده در مدار در واقع متوسط ولتاژ القا شده در سیم پیچ به دلیل حرکت در میدان مغناطیسی است. این ولتاژ emf نامیده می شود. می توان نشان داد که E_A برابر است با:

$$E_A = K \cdot \varphi \cdot \omega_m$$

که φ شار مغناطیسی، ω_m سرعت زاویه ای روتور و K ثابت ماشین است که وابسته به پارامترهای ماشین الکتریکی است. گشتاور تولید شده توسط موتور برابر است با:

$$T = K \cdot \varphi \cdot I_A$$

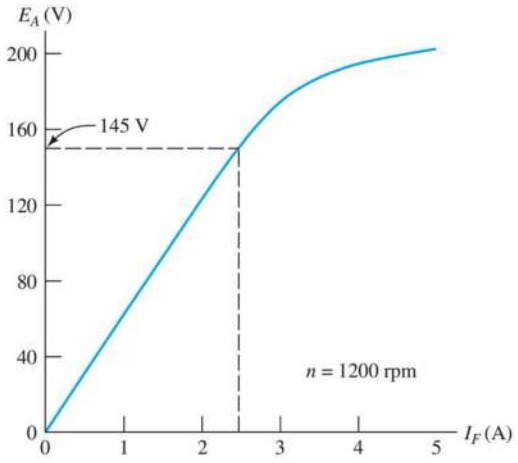
که I_A جریان سیم پیچ روتور است. توجه کنید که بخشی از این گشتاور صرف اصطکاک روتور خواهد شد و تلف خواهد شد. توان تولیدی موتور الکتریکی برابر است با $P = T\omega_m$ و از طرفی این توان توسط ولتاژ E_A تولید شده و برابر است با $P = E_A I_A$. توجه کنید که نمودار E_A ولتاژ القا شده در سیم پیچ روتور (آرمیچر) برحسب جریان سیم پیچ استاتور I_F به شکل زیر است:



همانطور که می‌بینیم از آنجا که E_A متناسب با φ است (رابطه خطی دارد) نمودار آن بر حسب I_F مشابه نمودار φ بر حسب I_F است. همانطور که می‌بینیم E_A اشباع می شود که ناشی از اشباع مغناطیسی آهن است. برای دو مقدار E_{A1} و E_{A2} متناظر با سرعتهای n_1 و n_2 داریم .

$$\frac{E_{A1}}{E_{A2}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

مثال : یک ماشین الکتریکی با منحنی $I_F - E_A$ به شکل زیر در نظر بگیرید. موتور در سرعت 800rpm با $I_A = 30A$ و $I_F = 2.5A$ ، مقاومت سیم پیچ روتور $R_A = 0.3\Omega$ و مقاومت سیم پیچ استاتور $R_F = 50\Omega$ است. ولتاژ V_F اعمال شده بر سیم پیچ استاتور و ولتاژ V_T اعمال شده بر آرمیچر و گشتاور تولیدی و توان تولیدی را بیابید.



$$V_F = R_F . I_F = 50 \times 2.5 = 125\ V$$

$$E_{A1} = 145\ V\ \ , I_F = 2.5\ A_1\ , h_1 = 1200\ rpm$$

$$E_{A2} = \frac{h_2}{h_1} \times E_{A1} = \frac{800}{1299} \times 145 = 96.67\ V \qquad ؟؟؟؟$$

$$K\varphi = \frac{E_A}{\omega_m} = \frac{96.67}{83.78} = 1.154$$

$$T = K\varphi . I_A = 1.154 \times 30 = 34.62\ N_m$$

$$P = W_m . T = 2900\ W$$

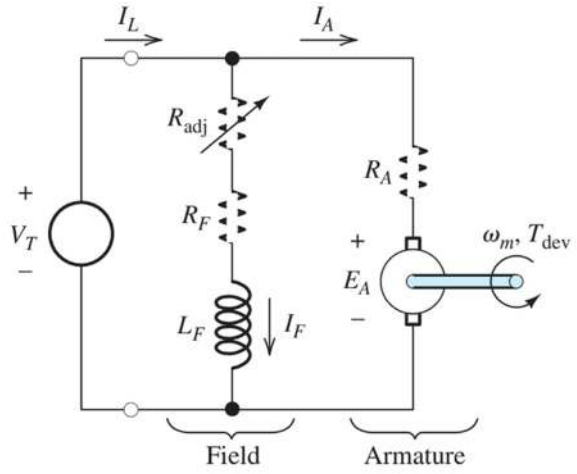
برای چک کردن میتوان نوشت

$$P = I_A \cdot E_A = 30 \times 96.67 = 2900\ w$$

$$V_T = R_A I_A + E_A = 0.3(30) + 96.67 = 105.67$$

موتورهای DC اتصال شانت و تحریک مجزا

در موتورهای DC در صورتی که آرمیچر (سیم پیچ روتور) و سیم پیچ میدان (استاتور) بصورت موازی باهم متصل باشند، آنرا اتصال شانت گوییم. مدار میدان شامل یک مقاومت متغیر است که برای تنظیم مشخصه گشتاور- سرعت موتور استفاده می شود.



منبع ولتاژ V_T با ایجاد جریان I_L توان $P_{in} = V_T I_L$ را به موتور میدهد. قسمتی از توان در سیم پیچ میدان مصرف می شود و بصورت حرارت هدر می دهد.

$$P_{field-loss} = \frac{V_T^2}{R_F + R_{adj}} = V_T I_F$$

توان اتلافی آرمیچر برابر است با:

$$P_{armature} = I_A^2 . R_A$$

قسمت دیگر توان آرمیچر به توان مکانیکی تبدیل می شود و به آن توان تبدیلی (developed power) گوییم .

$$P_{dev} = I_A E_A = \omega_m T_{dev}$$

توان خروجی و گشتاور خروجی موتور از توان و گشتاور تبدیلی کمتر است که دلیل آن تلفات چرخشی ناشی از اصطکاک، اصطکاک هوا (windage) ، جریان ادی و تلفات هیسترزیس است . این تلفات چرخشی تقریبا با سرعت موتور متناسب است .

از مدار شکل داریم:

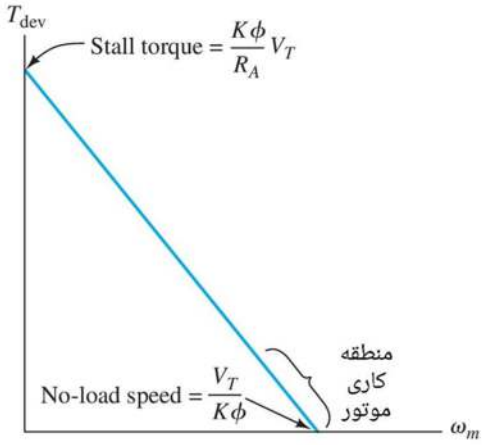
$$V_T = R_A I_A + E_A$$

از طرفی داشتیم:

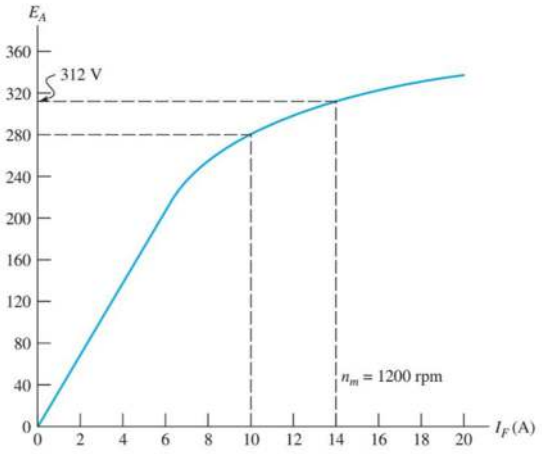
$$T_{dev} = K\varphi . I_A \;\Rightarrow\; I_A = {}^{T_{dev}}/_{K\varphi}$$

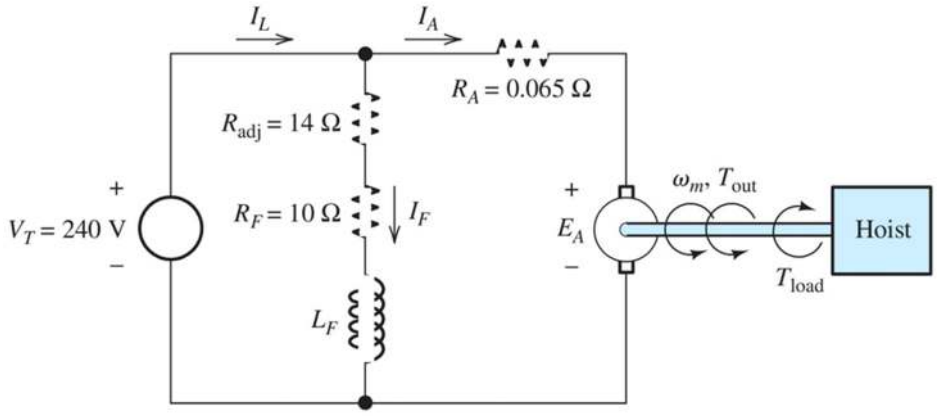
$$\Rightarrow\; V_T = \frac{R_A T_{dev}}{K\varphi} + K\varphi W_m$$

رابطه فوق، نمودار گشتاور– سرعت را می دهد که به شکل زیر است:



مثال: یک موتورDC اتصال شانت با توان 50 hp دارای نمودار I_F-E_A (magnetiation curve) به شکل زیر است. ولتاژ منبع DC برابر $V_T = 240V$ است، مقاومت آن $R_A = 0.065\Omega$ است و مقاومت سیم پیچ میدان $R_F = 10\Omega$ است و مقاومت متغیر $R_{adj} = 14\Omega$ است. در سرعت rpm 1200 توان اتلافی چرخشی برابر $P_{rot} = 1450W$ است. اگر این موتور برای حرکت یا بالابر (جرثقیل) استفاده شود که گشتاور خروجی $T_{out} = 250Nm$ مستقل از سرعت نیاز داشته باشد سرعت موتور و بازدهی موتور را تعیین کنید؟





$$I_F = \frac{V_T}{R_F + R_{adj}} = \frac{240}{10 + 14} = 10\ A$$

برای پیدا کردن $k\varphi$ از نمودار $I_F - E_A$ استفاده می کنیم که طبق نمودار، برای $I_F = 10A$ داریم $E_A = 280V$ و سرعت ۱۲۰۰ rpm. به این ترتیب داریم

$$E_A = k\varphi \cdot \omega_m \quad \Rightarrow k\varphi = \frac{E_A}{\omega_m} = \frac{280}{1200\left(2\pi/60\right)} = 2.228$$

ما فرض میکنیم که توان چرخشی اتلافی متناسب با سرعت است. به عبارت دیگر فرض می کنیم گشتاور مربوط به تلفات چرخشی مقدار ثابتی است.

$$T_{rot} = \frac{P_{rot}}{\omega_m} = \frac{1450}{1200\left(2\pi/60\right)} = 11.54\ Nm$$

$$T_{dev} = T_{out} + T_{rot} = 250 + 11.54 = 261.54\ Nm$$

$$I_A = \frac{T}{K\varphi} = \frac{261.5}{2.228} = 117.4\ A \ \Rightarrow \ E_A = V_T - K_A I_A = 240 - 0.065(117.4)$$

$$= 232.4\ V$$

$$W_m = \frac{E_A}{K\varphi} = \frac{232.4}{2.228} = 104.3\ rad/s \qquad OR \quad n_m = w_m\left(\frac{60}{2\pi}\right) = 996\ rpm$$

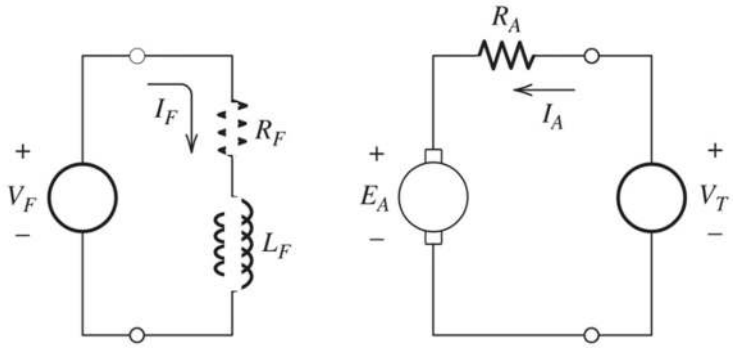
$$P_{out} = T_{out}.W_m = 250(104.2) = 26.08\ kw$$

$$P_{in} = V_T I_L = V_T(I_F + I_A) = 240(150 + 117.4) = 30.58\ kw$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{26.08}{30.58} \times 100\% = 85.3\%$$

موتورهای DC تحریک مجزا:

این موتورها مشابه موتورهای اتصال شانت هستند با این تفاوت که منابع ولتاژ متفاوتی برای تحریک میدان و آرمیچر استفاده می‌شود. مشابه شکل زیر داریم:



آنالیز این موتورها مشابه اتصال شانت است. مهمترین دلیل استفاده از دو منبع مجزا به کنترل سرعت موتور با تغییر یکی از منابع ولتاژ است.

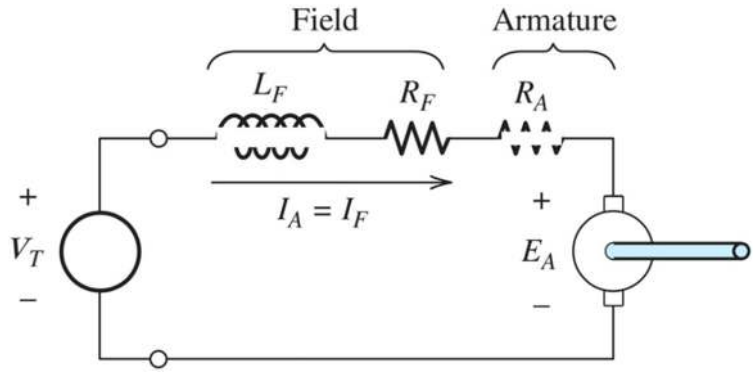
موتورهای DC مغناطیس دائم (PM)

در این موتورها میدان مغناطیسی در استاتور با استفاده از مغناطیس دائم به جای سیم پیچ مغناطیسی ایجاد می‌شود. خصوصیات آن مشابه موتورهای تحریک مجزا است با این تفاوت که میدان مغناطیسی قابل تنظیم نیست. از مزایای این موتورها این است که اولاً هیچ توانی برای تحریک میدان مغناطیسی در استارتور نیاز نیست که در نتیجه بازدهی موتور را بالا می‌برد. دوم اینکه موتورهای PM کوچکتر هستند. از کاربردهای این موتورها می‌توان به عنوان فن و شیشه بالابر اتومبیل استفاده کرد. از معایب این موتورها این است که ممکن است خاصیت مغناطیسی میدان به مرور زمان کاهش

یابد. همچنین چون اندازه شار مغناطیسی در این موتورها کمتر است گشتاور تولید شده (برای جریان یکسان در آرمیچر) کمتر است. به طور کلی این موتورها در مقایسه با موتورهای با سیم پیچ میدان برای گشتاور کمتر و سرعت بیشتر استفاده می‌شود.

موتورهای اتصال سری:

در این موتورها طبق شکل سیم پیچ میدان و سیم پیچ آرمیچر به صورت سری با هم قرار می‌گیرند.



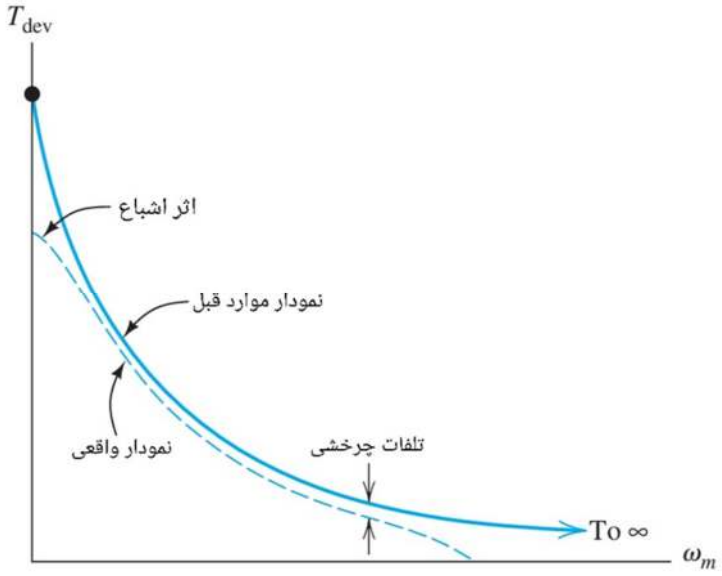
در مقایسه با موتورهای اتصال شانت این موتورها دارای مقاومت میدان کمتر هستند و قطر سیم در سیم پیچ میدان بیشتر است. این موضوع برای جلوگیری از افت ولتاژ بالا پس از عبور از سیم پیچ میدان ضروری است. در این موتورها فرض می‌شود شار مغناطیسی با جریان میدان رابطه خطی دارد.

$$\varphi = K_F \cdot I_F$$

که K_F ثابتی است که به تعداد دورهای سیم پیچ و هندسه مدار مغناطیسی و مشخصه B-H آهن استفاده شده بستگی دارد(توجه کنید که رابطه واقعی I_F و φ غیر خطی است که ناشی از اشباع مغناطیسی آهن است). داریم $I_F = I_A$ در نتیجه:

$$\left.\begin{aligned} E_A &= K.\varphi\omega_m = K.K_F.\omega_m.I_A \\ T_{dev} &= k.K_F I_A^2 \;\Rightarrow\; V_T = R_F I_A + R_A I_A + E_A \\ T_{dev} &= \frac{kK_F V_T^2}{(R_A + R_F + kK_F\omega_m)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \; I_A = \frac{V_T}{R_A + R_F + kK_F\omega_m}$$

نمودار سرعت– گشتاور برای اتصال سری در شکل زیر آمده است.



نمودار واقعی سرعت–گشتاور هم با در نظر گرفتن اثر اشباع مغناطیسی و تلفات چرخشی نمایش داده شده است. توجه کنید در معادله قبل در صورتی که $T_{dev} = 0$ باشد سرعت به سمت بی‌نهایت می‌رود، ولی در واقعیت در اثر تلفات چرخشی و جریان ادی سرعت موتور محدود باقی می‌ماند. اگرچه در حالت بدون بار سرعت به صورت

خطرناکی زیاد می‌شود و نیاز به وسایل محافظتی است تا در صورت صفر شدن بار روی موتور جریان منبع الکتریکی را از موتور قطع کند.

مثال: یک موتورDC اتصال سری با سرعت $n_{m1} = 1200rpm$ یک بار مکانیکی با گشتاور 12 Nmرا به حرکت در می‌آورد. از اثرات مقاومتی اتلاف چرخشی و اشباع مغناطیسی صرف نظر کنید. توان خروجی را محاسبه کنید. سپس سرعت و توان خروجی را هنگامی که بار 24 Nm است محاسبه کنید. فرض کنید، با صرف نظر از تلفات چرخشی و اثرات اشباع، توان و گشتاور خروجی برابر با توان و گشتاور تولیدی است.

$$\omega_{m1} = n_{m1} \times \frac{217}{60} = 125.7\ {}^{rad}/_{s}$$

$$P_{dev1} = P_{out1} = \omega_{m1}.T_{out1} = 1508\,w$$

$$T_{dev} = \frac{kK_F V_T^2}{(R_A + R_F + kK_F\omega_m)^2} \xrightarrow{R_A=R_F=0} T_{dev} = \frac{V_T^2}{kK_F\omega_m^2}$$

برای یک ولتاژVT ثابت گشتاور به صورت عکس با مربع سرعت متناسب است.

$$\frac{T_{dev1}}{T_{dev2}} = \frac{\omega_{m2}^2}{\omega_{m1}^2} \rightarrow \omega_{m2} = \omega_{m1}\sqrt{\frac{T_{dev1}}{T_{dev2}}} = 125.7\sqrt{\frac{12}{24}} = 88.88\ {}^{rad}/_{s}$$

$$n_{m2=848.5\,{}^{rad}/_{s}}$$

$$= T_{dev2}\omega_{m2} = 2133\,w$$

موتورهای یونیورسال universal

موتورهای اتصال سری که با منابع AC استفاده می‌شوند، موتورهای universal نامیده می‌شوند. در مقایسه با سایر موتورهای AC تک فاز دارای مزایای زیر هستند:

– با وزن یکسان, موتورهای یونیورسال توان بالاتری تولید می‌کنند. به همین دلیل در بسیاری از وسایل الکتریکی که در دست نگه داشته می‌شود مثل دریل‌ها ،اره برقی‌ها و مخلوط کن‌ها استفاده می‌شوند.

– گشتاور شروع به کار بالایی دارند بدون اینکه جریان بسیار زیادی بکشند.

–هنگامی که گشتاور بار افزایش می‌یابد، سرعت این موتورها کاهش می‌یابد. بنابراین تقریباً توان ثابتی مصرف می‌کنند و در نتیجه جریان در محدوده قابل قبولی باقی می‌ماند (برعکس موتورهای اتصال شانت یا موتورهای AC القایی که با سرعت ثابت کار می‌کنند و بنابراین در حالت گشتاور بالا جریان بسیار زیادی می‌کشند). بنابراین موتورهای یونیورسال برای بارهایی که بازه گشتاوری بالایی را می‌طلبند مثل دریل‌ها یا همزن‌های برقی استفاده می‌شوند (به دلیل مشابه موتورهای اتصال سری برای استارت خودرو استفاده می‌شوند).

–موتورهای یونیورسال را می‌توان طوری طراحی کرد سرعت‌هایی بسیار بالا تولید کنند در حالی که سرعت سایر انواع موتورهای AC حداکثر۳۶۰۰rpm (با فرض استفاده از منبع 60 Hz) است.

از معایب این موتورها (و به طور کلی موتورهای DC) این است که جاروبک‌ها و کموتاتورها نسبتاً سریع مستهلک می‌شوند. بنابراین مدت زمان سرویس و نگهداری بسیار پایین‌تری نسبت به موتورهای القایی AC نیاز دارند. برای کاربردهایی که نیاز به کار در مدت طولانی دارند مثل یخچال‌ها (کمپرسور)، پمپ‌های آب و فن کوره، موتورهای القایی گزینه بهتری هستند.

کنترل سرعت در موتورهای DC

با راه‌های زیر می‌توان سرعت موتور DC را کنترل کرد:

-تغییر ولتاژ منبع متصل به آرمیچر در حالی که میدان ثابت نگه داشته شود.

-تغییر جریان سیم پیچ میدان در حالی که ولتاژ آرمیچر ثابت نگه داشته شود.

- قرار دادن یک مقاومت به صورت سری با مدار آرمیچر

تغییر منبع ولتاژ

این روش برای موتورهای با تحریک مجزا یا PM موتورها قابل استفاده است. برای اتصال شانت تغییر منبع ولتاژ باعث تغییر جریان میدان و شار مغناطیسی می‌شود و روش مناسبی نیست. از آنجا که مقاومت آرمیچر کم است داریم $V_T \simeq E_A$. از طرفی داریم $E_A = k\varphi\omega_m$ و در نتیجه $\omega_m \simeq \frac{V_T}{k\varphi}$. بنابراین سرعت متناسب با ولتاژ منبع است. برای اتصال سری با تغییر ولتاژ شار میدان ثابت باقی نمی‌ماند ولی داریم طبق رابطه $T_{dev} = \frac{kK_F V_T^2}{(R_A+R_F+kK_F\omega_m)^2}$ گشتاور متناسب با مربع منبع ولتاژ است. بنابراین بسته به مشخصه گشتاور- سرعت بار، سرعت با ولتاژ تغییر می‌کند. بطور کلی با افزایش ولتاژ سرعت افزایش می‌یابد.

تغییر جریان میدان

سرعت موتورهای اتصال شانت یا موتورهای تحریک مجزا را می‌توان با تغییر جریان میدان تغییر داد. همانطور که در مدار موتورهای اتصال شانت دیدیم مقاومت R_{adj}

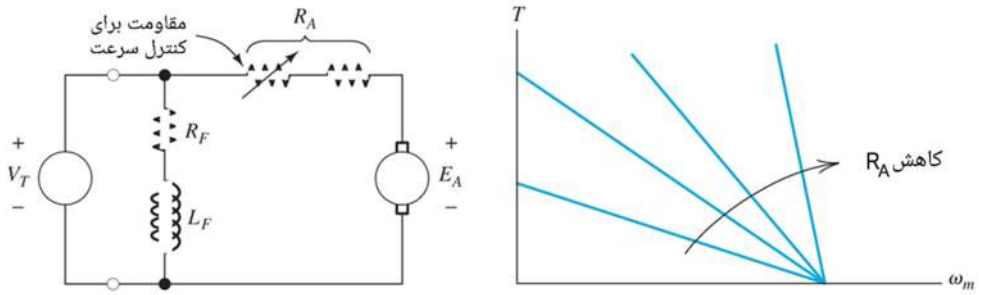
را می‌توان برای کنترل جریان میدان استفاده کرد. اما توجه کنید که برایPM موتورها میدان ثابت است و قابل تغییر نیست. همچنین در موتورهای اتصال سری جریان عبوری از سیم پیچ میدان و آرمیچر یکسان است. بنابراین نمی‌توان جریان میدان را به صورت مستقل کنترل کرد. برای اتصال شانس و تحریک مجزا داریم:

$$E_A = k\varphi\omega_m,\ E_A = \frac{V_T - E_A}{R_A},\ T_{dev} = k\varphi I_A$$

حالا فرض کنید I_F کاهش پیدا کند (با افزایش R_{adj}). با کاهش I_F داریم φ کاهش می‌یابد و در نتیجه E_A کاهش می‌یابد. این باعث افزایش I_A می شود. توجه کنید که درصد افزایش I_A بسیار بیشتر از درصد کاهش φ است. چون E_A و V_T بسیار به هم نزدیک هستند و تقریباً برابرند. بنابراین $E_A = \frac{V_T - E_A}{R_A}$ به سرعت افزایش می‌یابد وقتی که E_A کاهش می‌یابد. توجه کنید که در رابطه $T_{dev} = k\varphi I_A$ داریم φ کاهش می‌یابد ولی I_A با شدت بسیار بیشتری افزایش می‌یابد بنابراین گشتاور به طور کلی افزایش می‌یابد.

قرار دادن مقاومت به صورت سری با آرمیچر

این روش برای همه انواع موتورهای DC یعنی PM، اتصال سری، اتصال شانت و تحریک مجزا قابل استفاده است. به طور مثال برای اتصال شانت داریم:



$$T_{dev} = \frac{k\varphi}{R_A}(V_T - k\varphi\omega_m)$$

فرض کنید که طبق شکل مقاومت کل شامل مقاومت آرمیچر و مقاومت کنترل سرعت R_A باشد. نمودار گشتاور بر حسب سرعت برای مقاومت‌های R_A مختلف در شکل مقابل نشان داده شده است. از معایب این روش این است که انرژی در مقاومت اضافه شده تلف خواهد شد. برای اتصال سری داریم:

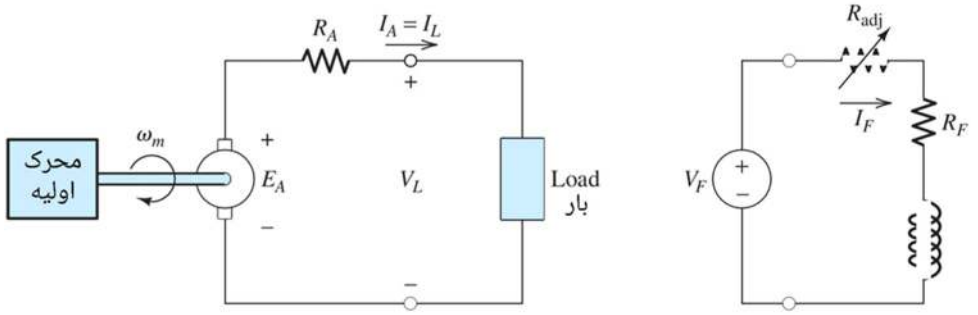
$$T_{dev} = \frac{KK_F V_{V^2}}{(R_A + R_F + kK_F\omega_m)^2}$$

بنابراین در این حالت داریم اگر R_A افزایش پیدا کند برای سرعت ثابت گشتاور کاهش می‌یابد.

ژنراتور DC

ژنراتورها انرژی جنبشی را از یک محرک اولیه مثل ماشین بخار یا موتور دیزل به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کنند. انواع مختلف ژنراتورهای DC بر حسب نوع اتصال میدان و آرمیچر عبارتند از: تحریک مستقل، اتصال شانj و اتصال ترکیبی (compound).

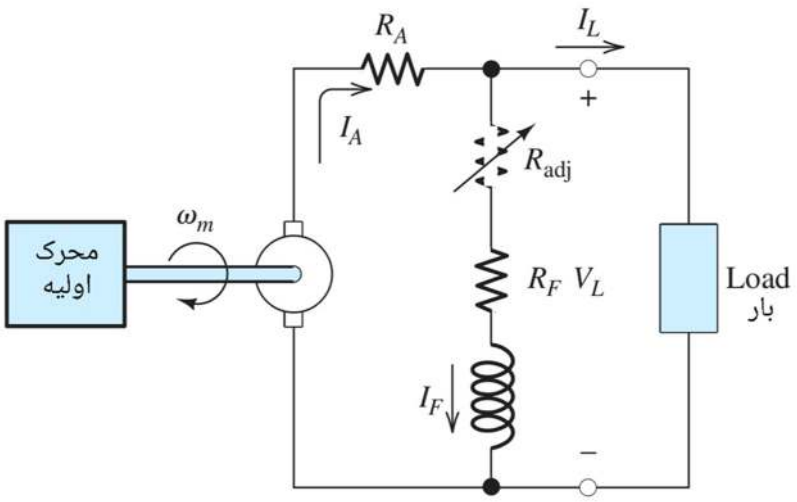
ژنراتورهای DCتحریک مستقل



طبق شکل محرک اولیه محور آرمیچر را می‌چرخاند و منبع خارجی DC با ولتاژ V_F جریان را در سیم پیچ میدان(استاتور) ایجاد می‌کند ولتاژ القا شده در آرمیچر باعث می‌شود که جریان در بار ایجاد شود.

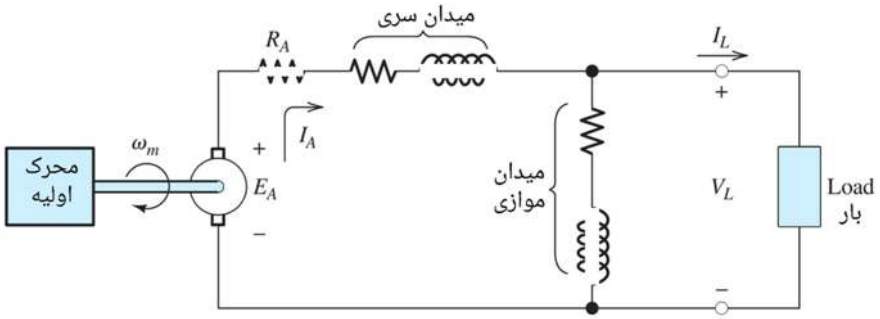
ژنراتورهای DC اتصال شانت (موازی)

یک عیب ژنراتورهای تحریک مستقل نیاز آنها به یک منبع ولتاژ مجزا برای تغذیه سیم پیچ میدان (استاتور) است. در اتصال شانت با قرار دادن سیم پیچ میدان به صورت موازی با آرمیچر و بار این مشکل برطرف شده است. ولتاژ اولیه در این ژنراتورها معمولاً به دلیل پسماند مغناطیسی در آهن ایجاد می‌شود. اما در صورتی که آهن غیرمغناطیسی شود ولتاژ القا شده در آرمیچر صفر است. با به کار بردن یک منبع برای تغذیه سیم پیچ میدان برای ایجاد میدان مغناطیسی به مدت کوتاهی در شروع به کار موتور این مشکل برطرف می‌شود.



ژنراتور ترکیبی (compound)

در این ژنراتور سیم پیچ‌ها هم به صورت سری و هم به صورت موازی قرار گرفته‌اند (طبق شکل)



شکل نشان داده شده در مقابل ژنراتور ترکیبی شانت بلند نامیده می‌شود. از طرف دیگر در ژنراتور ترکیبی شانت کوتاه میدان موازی مستقیماً به صورت موازی با آرمیچر قرار دارد میدان سری به صورت سری با بار قرار می‌گیرد.

ژنراتورهای DC کمپوند (ترکیبی) شانت بلند و کوتاه خود بر دو نوعند:

۱-کمپوند اضافی (Comulative): اگر دو شار حاصل از سیم پیچ تحریک سری و شانت یکدیگر را تقویت کنند کمپوند اضافی خواهیم داشت.

۲-کمپوند کاهنده (defferential) : اگر در شار حاصل بار سیم پیچ سری و شانت یکدیگر را تضعیف کنند (مخالف هم باشند) کمپوند کاهنده خواهد بود.

تنظیم ولتاژ

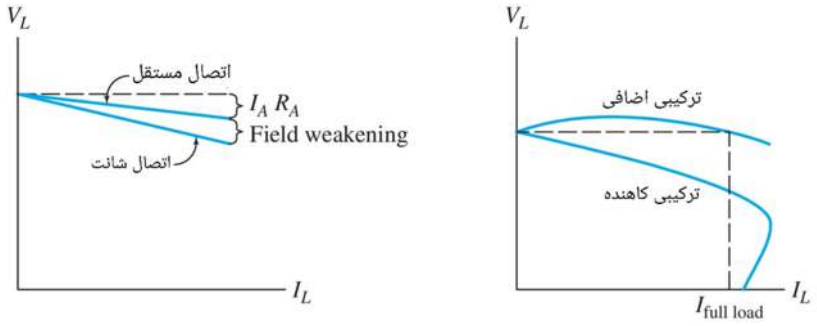
در بسیاری از کاربردها مطلوب است که جریان بار I_L و ولتاژ بار V_L مستقل از هم باشند. یک معیار برای این موضوع تنظیم ولتاژ است که برابر است با:

$$voltage\ regohtion\ = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\%$$

که در رابطه بالا V_{NL} ولتاژ در حالت بدون بار(No load) است $(I_L = 0)$ و V_{FL} ولتاژ در حالت ماکزیمم بار(Full load) است.

یک مزیت ژنراتور DC تحریک مستقل این است که ولتاژ بار را می‌توان در محدوده وسیعی تنظیم کرد. این کار با تغییر ولتاژ میدان صورت می‌گیرد که با تغییر V_F یا تغییر R_{adj} انجام می‌شود. در مورد اتصال شانت تنظیم ولتاژ بدتر است به این معنی که تنظیم ولتاژ بیشتر است. دلیل آن این است که جریان میدان I_F کاهش می‌یابد وقتی که جریان بار افزایش می‌یابد که به تضعیف میدان field weakening معروف است.

در اتصال ترکیبی کاهنده ولتاژ خروجی نسبت به افزایش جریان بار سریعاً افت می‌کند. زیرا میدان سیم پیچ سری با میدان سیم پیچ شانت مخالفت می‌کند. در مورد اتصال ترکیبی اضافی منحنی ولتاژ بار به جریان بار مشابه شکل داده شده است که این منحنی به دلیل اثرات اشباع به این شکل می‌باشد.



بازدهی

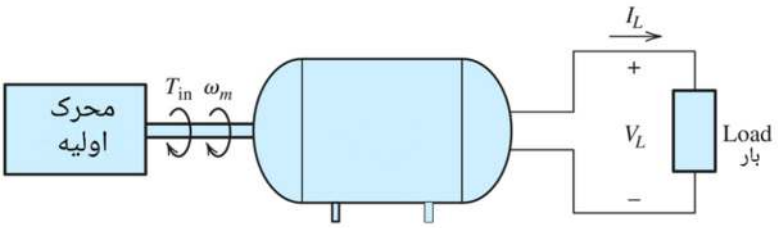
در این بخش بازدهی ژنراتور DC اتصال مستقل را بررسی می‌کنیم.

$E_A = k\varphi\omega_m \, , T_{dev} = k\varphi I_A$

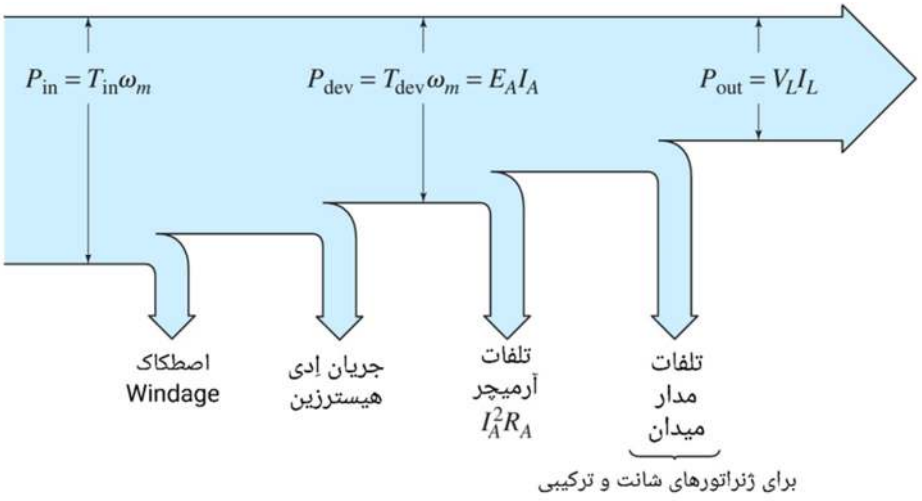
$E_A = R_A I_A + V_L \, , V_F = (R_F + R_{adj}) I_F$

بازدهی $= \dfrac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$

مثال : یک ژنراتور DC تحریک مستقل دارای $R_A = 0.065\Omega$ و $R_{adj} =$ 4Ω و $R_F = 10\Omega$ و $V_F = 140$ می باشد محرک اولیه آرمیچر را با سرعت 1000rpm می‌چرخاند و منحنی $E_A - I_F$ (magnetization curve) به شکل زیر است.



برای جریان تمام بار (Full load) معادل A ۲۰۰ مقدار جریان میدان, ولتاژ بدون بار, ولتاژ تمام بار و تنظیم ولتاژ را به دست آورید. با فرض اینکه بازدهی ۸۵٪ است (بدون در نظر گرفتن توان تغذیه مواد میدان)، میزان گشتاور ورودی، گشتاور تولیدی و مجموع تلفات اصطکاک, اصطکاک هوا (windage) جریان ادی و هیسترزیس را تعیین کنید.



$$I_F = \frac{V_F}{R_{adj} + R_F} = \frac{140}{4 + 10} = 10A\,, E_A = k\varphi\omega_m \Rightarrow E_A = 280 \times \frac{1000}{1200}$$

$$= 233.3V$$

$$V_{FL} = E_A - R_A I_A = 200 \times 0.065 = 220.3V$$

$$2232 - 220.3 \quad = 5.9\%$$

$$\rho_{avt} = I_L V_{FL} = 200 \times 220.3 = 44.06kw$$

$$\rho_{avt} = \rho_{avt} + R_A I_{A^2} = 44060 + 0.65(200)^2 = 46.66kw$$

$$\rho_{dev} = \frac{\rho_{vt}}{0.85} = 51.84kw$$

$$\rho_{\text{اتلافی}} = \rho_{in} - \rho_{dev} = 51.84 - 46.66 = 5.18kw$$

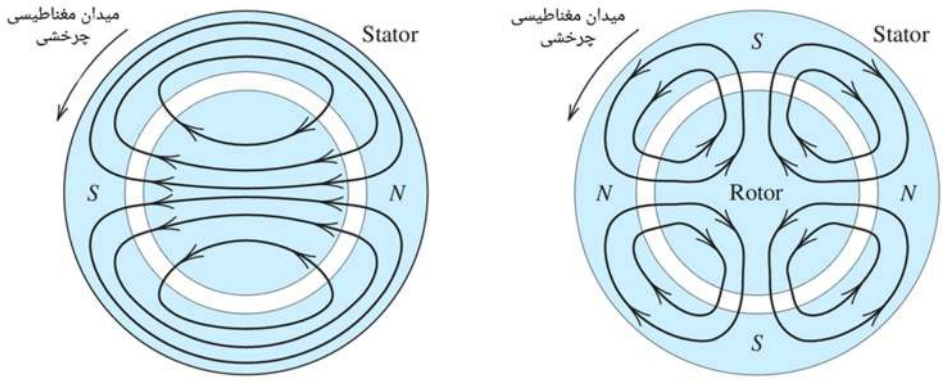
$$\omega_m = n_m \times \frac{2n}{60} = 104.7\ {}^{rsd}/_{s} \Rightarrow T_{in} = \frac{p_{in}}{\omega_m} = \frac{51840}{104.7} 195.1\ Nm$$

$$T_{dov} = \frac{\rho_{dev}}{\omega_m} = \frac{46660}{104.7} = 445.7\ Nm$$

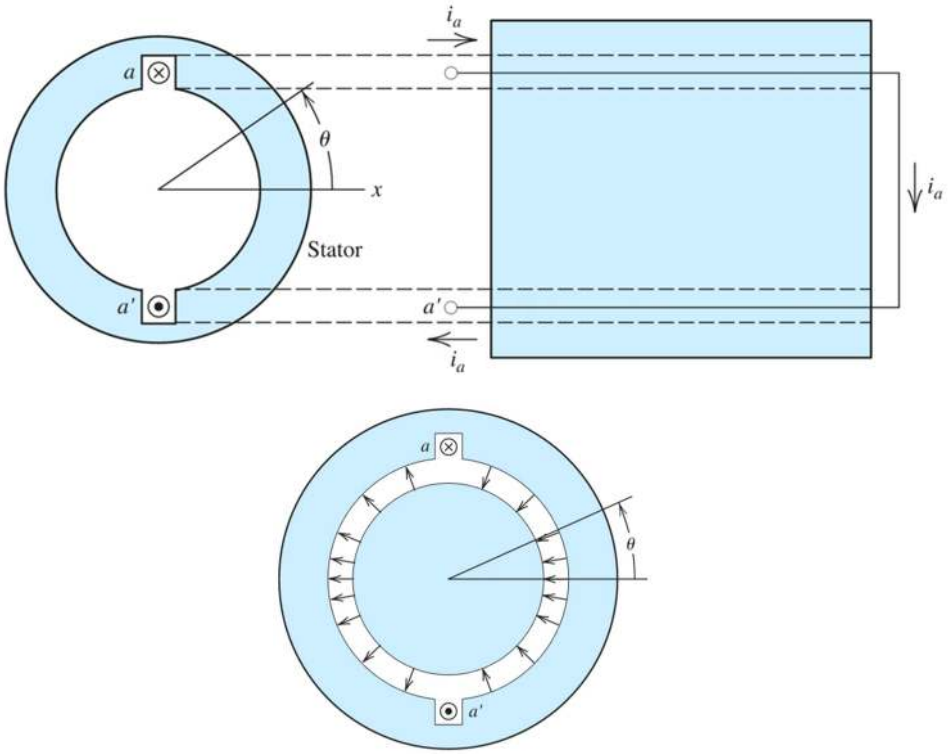
ماشین های AC

موتورهای القایی سه فاز

ماشین‌های القایی سه فاز در اکثر کاربردهایی که بالای 5hp توان نیاز دارد، استفاده می‌شوند. در پمپ‌ها ، فن‌ها، کمپرسورها و آسیاب‌ها و سایر کاربردهای صنعتی کاربرد دارند. در استاتور این موتورها سیم پیچ‌هایی تعبیه شده که برق سه فاز به این سیم پیچ‌ها اعمال می‌شود. این سیم پیچ‌ها یک میدان مغناطیس چرخشی در فضای بین استاتور و روتور ایجاد می‌کنند. میدان مغناطیسی میدان استاتور را می‌توان به شکل مجموعه‌ای از قطب‌های N و S که حول محیط استاتور می‌چرخند درنظر گرفت. از آنجا که قطب‌های N و S مزدوج هم هستند تعداد کل قطب‌های موتور زوج است.



در ادامه یک ماشین القایی با دو قطب در نظر می‌گیریم. استاتور این ماشین شامل سه سیم پیچ است که در شیارهای طولی در سطح داخلی استاتور تعبیه شده‌اند .هر سیم پیچ دارای تعداد تعداد زیادی سیم است که برای راحتی ما فقط یک سیم را در شکل نشان می‌دهیم.



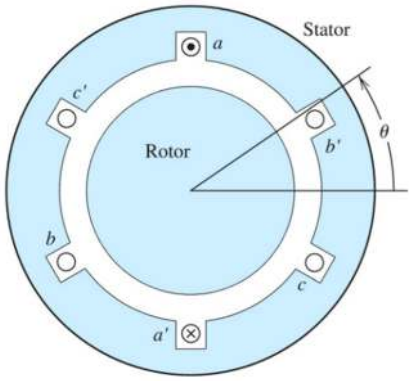
سیم پیچ‌ها طوری در استاتور تعبیه شده‌اند که شار مغناطیسی حاصل در فضای بین استاتور و روتور به شکل سینوسی توزیع شده‌اند. طبق رابطه زیر داریم:

$$B_a = Ki_a(t)\,cos(\theta)$$

که B_a چگالی شار مغناطیسی ناشی از جریان i_a است و K یک ثابت است که بسته به هندسه استاتور و روتور و جنس آنها تعیین می‌شود. B_a در جهت استاتور به روتور مثبت است و در جهت عکس منفی است. توجه کنید که طبق شکل حداکثر چگالی شار مغناطیسی در زوایای $\theta = 0°$ و $\theta = 180°$ است . دو سیم پیچ دیگر متصل به مدارسه فاز را با b , c نشان می‌دهیم. این دو سیم پیچ در زوایای ۱۲۰° و ۲۴۰° نسبت به سیم پیچ a تعبیه شده‌اند. برای شار میدان مغناطیسی ناشی از این سیم پیچ‌ها داریم:

$$B_b = Ki_b(t)\cos(\theta - 120)$$

$$B_c = Ki_c(t)\cos(\theta - 240)$$



مجموع میدان مغناطیسی ناشی از این سه سیم پیچ برابر است با؛

$$B_{gap} = B_a + B_b + B_c$$

$$B_{gap} = Ki_a(t)\cos(\theta) + Ki_b(t)\cos(\theta - 120) + Ki_c(t)\cos(\theta - 240)$$

با اعمال یک منبع سه فاز متعادل در این سیم پیچ‌ها جریان در سیم پیچ‌ها عبارتند است از:

$$B_{gap} = KI_m\cos(\omega t)\cos(\theta) + KI_m\cos(\omega t - 120)\cos(\theta - 120) + KI_m\cos(\omega t - 240)\cos(\theta - 240)$$

در مورد روابط سینوسی داریم:

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}[(x-y) + \cos(x+y)]$$

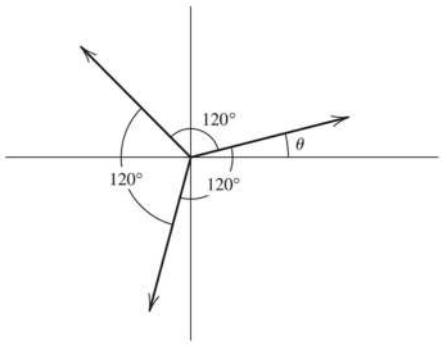
و با جایگذاری در رابطه B_{gap} داریم:

$$B_{gap} = \frac{3}{2}KI_m\cos(\omega t - \theta) + \frac{1}{2}KI_m[\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t + \theta - 240) + \cos(\omega t + \theta - 480)]$$

که در رابطه فوق ترم دوم طبق شکل زیر برابر صفر است و خواهیم داشت:

$$B_{gap} = F_m \cos(\omega t - \theta)$$

$$\left(F_m = \frac{3}{2} K I_m\right)$$



طبق روابط فوق میدان مغناطیسی به صورت پادساعتگرد با سرعت زاویه‌ای ω می چرخد و همچنین ماکسیموم شار میدان مغناطیسی در زوایای $\omega t = \theta$ می‌شود که با فرکانس زاویه‌ای ω می‌چرخد. با آنالیز مشابه می‌توان نشان داد که برای یک ماشین با P قطب میدان مغناطیسی با سرعتی زاویه‌ای $\omega_S = \frac{\omega}{p/2}$ می‌چرخد که ω_S سرعت زاویه سنکرون نامیده میشود. بر حسب rpm این سرعت برابر است با:

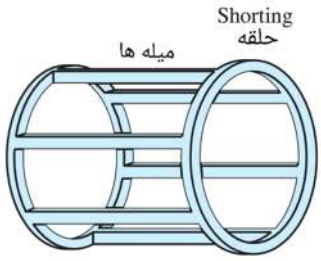
$$n_S = \frac{120}{P}$$

ماشین‌های القایی قفس سنجابی

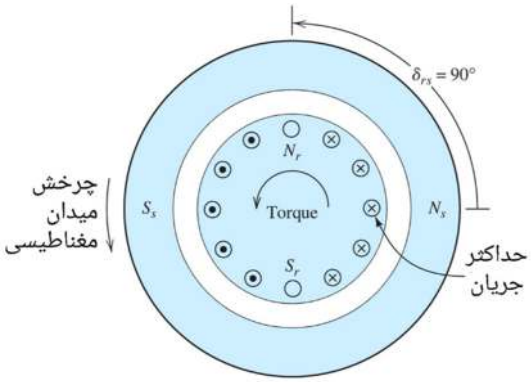
معمول‌ترین نوع روتور ماشین‌های القایی سه فاز روتور قفس سنجابی است. این روتورها شامل میله‌های آلومینیومی هستند که در شیارهای روتور آهنی تعبیه شده‌اند در این روتورها هیچ اتصال الکتریکی خارجی وجود ندارد و جریان در میله‌های آلومینیومی به صورت القایی ایجاد می‌شود. با چرخش میدان مغناطیسی استاتور در

میله‌های روتور ولتاژ القا می‌شود. از آنجایی که میدان مغناطیسی، جهت حرکت نسبی، و راستای طولی میله ها دو به دو برهم عمود هستند، ولتاژ القا شده V_c برابر است با:

$$V_c = Blu$$



که در این رابطه B چگالی شار، l طول میله‌های هادی و u سرعت نسبی میدان است. این ولتاژ باعث می‌شود که در میله‌ها جریان برقرار شود (طبق شکل زیر). حداکثر ولتاژ القایی در میله‌های روبروی قطب‌های استاتور ایجاد می‌شود، زیرا در این نقاط میدان B حداکثر است. همچنین جهت جریان در مقابل قطب N و قطب S استاتور معکوس یکدیگر است (طبق شکل).



جریان وارد میله‌های هادی زیر قطب N می‌شود. سپس وارد حلقه انتهایی روتور شده و از طریق میله های مقابل قطب S استاتور برمی‌گردد. این جریان‌ها در میله‌های روتور باعث ایجاد قطب‌های مغناطیسی در روتور می‌شود. در این حالت قطب N روتور به سمت قطب S استاتور کشیده می‌شود و قطب S روتور به سمت قطب N

استاتور کشیده می‌شود و ایجاد گشتاور می‌کند. این اختلاف زاویه ۹۰° بین قطب‌های استاتور و روتور گشتاور حداکثری تولید می‌کند.

لغزشslip و فرکانس لغزش:

فرکانس ولتاژ القایی در میله‌های هادی به سرعت چرخش میدان مغناطیسی استاتور نسبت به روتور و تعداد قطب‌ها بستگی دارد. اگر سرعت زاویه‌ای میدان استاتور ω_s و سرعت زاویه‌ای مکانیکی روتور ω_m باشد. لغزش s بر حسب زیر تعریف می‌شود.

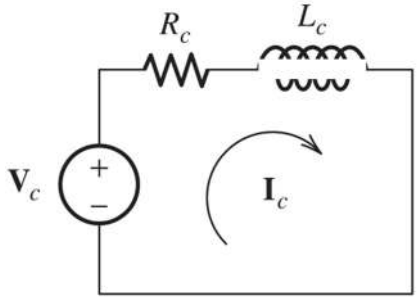
$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_m}$$

که ω_m از صفر تا سرعت سنکرون ω_s تغییر می‌کند. بنابراین s برابر است با 1 و وقتی روتور ساکن است s برابر است با ۰. وقتی روتور با سرعت سنکرون ω_s می‌چرخد، سرعت زاویه‌ای ولتاژ القایی در قفس سنجابی به نام فرکانس لغزش شناخته می‌شود.

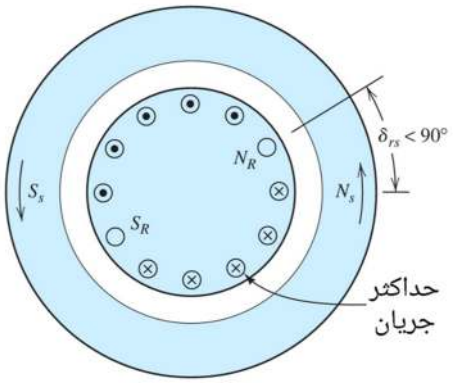
$$\omega_{slip} = \omega_s$$

توجه کنید وقتی سرعت مکانیکی روتور به سرعت میدان مغناطیسی استاتور (سرعت سنکرون) نزدیک می‌شود فرکانس ولتاژ القایی برابر صفر است. در بعضی کتاب‌ها امپدانس میله‌های هادی در روتور به صورت مقاومتی تنها نیست بلکه یک القاگر به صورت سری با یک مقاومت برای مدل کردن روتور استفاده می‌شود. در این حالت داریم:

$$I_c = \frac{V_c}{R_c + js\omega L_c} \qquad Z_c = R_c + js\omega L_c$$

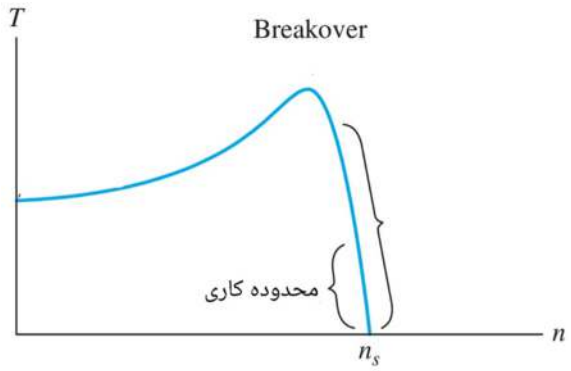


به خاطر وجود این القاگر جریان از ولتاژ القایی عقب‌تر می‌افتد و بنابراین قطب‌های روتور با قطب‌های استاتور زاویه‌ای کمتر از ۹۰ درجه خواهند داشت.



نمودار گشتاور – سرعت

ابتدا فرض کنید که سرعت روتور ω_m برابر با سرعت ω_s (سرعت سنکرون) است. در این حالت $s = 0$ و سرعت نسبی بین میله‌های روتور و میدان مغناطیسی صفر است. بنابراین ولتاژ القایی صفر است و جریان روتور برابر صفر است و گشتاور صفر است.



وقتی سرعت موتور کاهش می‌یابد سرعت میدان مغناطیسی از سرعت روتور پیشی می‌گیرد. در این حالت اندازه ولتاژ القایی روتور بصورت خطی با میزان لغزش s افزایش می‌یابد. برای لغزش‌های کوچک امپدانس القاگر $s\omega l_c$ قابل چشم پوشی است و به این ترتیب با فرض امپدانس مقاومتی در میله‌های روتور، جریان ماکزیمم میله های روتور در مقابل قطب‌های استاتور قرار می‌گیرند و زاویه قطب‌های روتور با قطب‌های استاتور ۹۰ درجه است، که حالت بهینه تولید گشتاور را می‌دهد. از آنجا که ولتاژ القایی متناسب با لغزش s است و امپدانس مقاومتی مستقل از لغزش است، جریان میله‌های روتور متناسب با لغزش است و گشتاور متناسب با لغزش است. فرض متناسب بودن گشتاور با لغزش برای لغزش‌های کم در موتور قابل قبول است.

برای لغزش‌های بیشتر امپدانس القایی بر امپدانس مقاومتی غالب خواهد بود ($Z_c = R_c + js\omega L_c$) در این حالت اندازه جریان مستقل از لغزش است و گشتاور تغییر چندانی نمی‌کند. با افزایش لغزش از آنجا که قطب‌های روتور هم راستا با قطب‌های استاتور می‌شوند گشتاور کاهش می‌یابد. گشتاور در سرعت صفر گشتاور استال stall نام دارد و گشتاور در نقطه ماکزیمم breakover نام دارد.

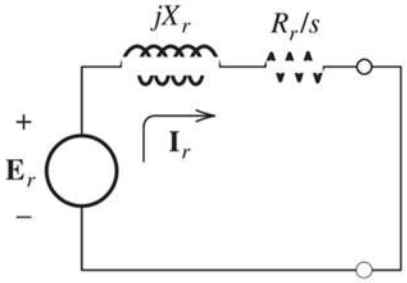
مدار معادل و محاسبه بازدهی برای موتورهای القایی:

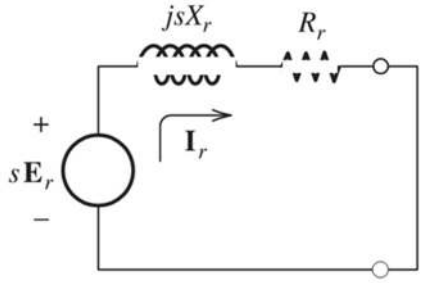
مدار معادل برای هر فاز موتور القایی بسیار مشابه مدار معادل ترانسفورمر است. البته اصلاحاتی بر این مدل وارد می‌شود تا اثرات چرخشی و تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی اعمال شود.

مدار معادل روتور:

مدار معادل برای یک فاز سیم پیچ روتور در شکل مقابل نمایش داده شده است. sE_r ولتاژ القا شده در روتور است که متناسب با لغزش s است (یادآوری اینکه در حالت روتور ساکن $s = 1$ است). در این حالت داریم که فرکانس جریان در روتور برابر $s\omega$ است. القاگر روتور با L_r مدل می‌شود و دارای $js\omega L_r$ می باشد. مقاومت در روتور با R_r مدل شده و جریان مربوط به یک فاز در روتور برابر است با:

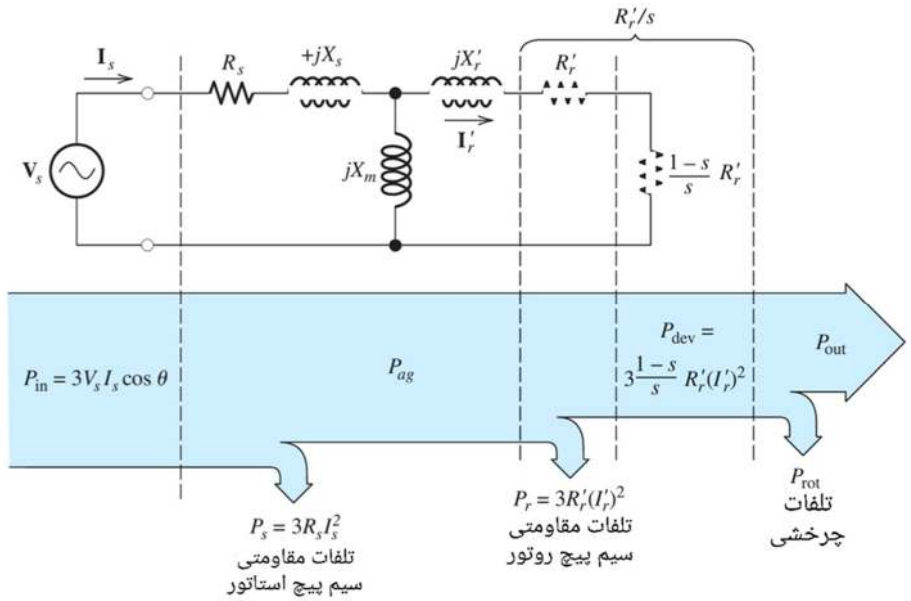
$$I_r = \frac{E_r}{\frac{R_r}{s} + j\omega L_r} \qquad I_r = \frac{sE_r}{R_r + js\omega L_r}$$





مدار معادل کامل موتور القایی

مشابه ترانسفورمرها، ولتاژ القا شده در روتور E_r (در حالت روتور ساکن و قفل شده) با ولتاژ استاتور طبق نسبت دورهای سیم پیچ متناسب است. بنابراین می‌توان امپدانس روتور را در سمت استاتور بازتاب کرد. این امپدانس‌های بازتاب شده را با $j\omega L'_r$ و R'_r/s نشان می‌دهیم. مدار معادل کامل موتور القایی در شکل نشان داده شده است.



مقاومت سیم پیچ استاتور برابر R_S است. راکتانس نشتی استاتور ωL_S است، راکتانس مغناطیس کننده ωL_m است. که این راکتانس جریان مورد نیاز برای برقراری میدان مغناطیسی چرخشی استاتور را مدل می‌کند. همانطور که می‌بینیم این المان‌ها مشابه المان‌های مدار معادل ترانسفورمر است.

توجه کنید که ولتاژ V_S در هر سیم پیچ و جریان I_S در هر سیم پیچ ولتاژ فاز و جریان فاز نامیده می‌شوند. توجه کنید که سیم پیچ‌های موتور ممکن است به اتصال مثلث یا ستاره متصل شده باشد. در حالت اتصال مثلث ولتاژ V_S فاز برابر با ولتاژ خط به خط.

V_{Line} است، ولی جریان خط I_{Line} برابر$\sqrt{3}$ جریان فاز I_s است. برای اتصال دلتا داریم:

$$I_{line} = I_s\sqrt{3} \qquad V_s = V_{line}$$

برای اتصال ستاره داریم:

$$I_{line} = I_s \qquad V_s = V_{line}/\sqrt{3}$$

خواهیم دید که جریان شروع به کار برای موتورهای القایی ممکن است در مقایسه با حالت مشغول به کار بالاتر باشد. بنابراین گاهی اوقات موتورها در حالت اتصال ستاره شروع به کار می‌کنند و سپس وقتی موتور مشغول به کار شد به اتصال مثلث سوئیچ می‌کنند.

محاسبات گشتاور و توان

مقاومت R'_r/s را به دو بخش تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + \frac{1-s}{s}R'_r$$

توان انتقالی به مقاومت $\frac{1-s}{s}R'_r$ قسمتی است که به انرژی مکانیکی تبدیل می‌شود و به آن توان تولیدی (developed power) گویند و با P_{dev} نشان می‌دهند. توان تولیدی کل در هر سه فاز برابر است با:

$$P_{dev} = 3\frac{1-s}{s}R'_r{I'_r}^2$$

توان انتقالی به مقاومت روتور R'_r به حرارت تبدیل می‌شود. کل تلفات حرارتی برابر است با:

$$P_r = 3R'_r I'^2_r$$

و توان تلفات حرارتی در استاتور برابر است با؛

$$P_s = 3R_s I_s^2$$

توان ورودی منبع سه فاز برابر است با:

$$P_{in} = 3I_s V_s \cos(\theta)$$

قسمتی از توان تولیدی P_{dev} بر اثر اصطکاک و اصطکاک هوا تلف می‌شود. تلفات دیگر ناشی از هیسترزیس هسته و جریان ادی است که گاهی به شکل یک مقاومت به موازات $j\omega l_m$ مدل می‌شود. اما در اینجا ما تلفات هسته را در تلفات چرخشی در نظر می‌گیریم. معمولاً فرض می‌کنند تلفات چرخشی متناسب با سرعت چرخشی روتور است. توان خروجی برابر است با:

$$P_{out} = P_{dev} - P_{rot}$$

بازده موتور برابر است با:

$$P = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

گشتاور تولیدی برابر است با:

$$T_{dev} = \frac{P_{dev}}{\omega_m}$$

توانی که از فاصله هوایی روتور و استاتور عبور می‌کند و با P_{ag} نشان می‌دهیم برابر است با:

$$P_{ag} = P_r + P_{dev}$$

$$P_{ag} = 3R'_r I'^2_r + 3\frac{(1-s)}{s} R'_r I'^2_r = 3\frac{R'_r}{s} I'^2_r$$

$$P_{dev} = (1-s)p_{ag}$$

$$T_{dev} = \frac{(1-s)P_{ag}}{\omega_m}$$

$$\omega_m = (1-s)\,\omega_s$$

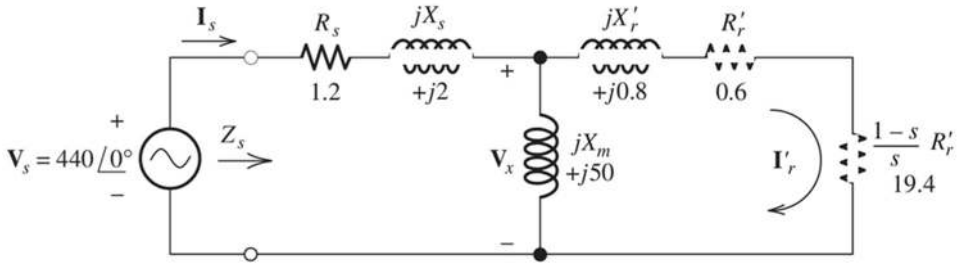
$$T_{dev} = \frac{P_{ag}}{\omega_s}$$

یک نکته این است که برای شروع به کار موتور و اینکه سرعت موتور از حالت سکون به سرعت مورد نظر برسد باید گشتاور اولیه بیشتر از گشتاور بار باشد

مثال : یک موتور30 hp , 440 V-rms , 60 HZ ، ۴ قطب و سه فاز با اتصال مثلث دارای مشخصات زیر است:

$$R_s = 102\ \Omega \quad R'_r = 0.6 \quad X_s = 2\Omega \quad X'_r = 0.8\ \Omega \quad X_m = 50\ \Omega$$

تحت بار موتور با سرعت زاویه‌ای 1746 rpm دارای توان چرخشی تلفاتی 900W است. ضریب توان، جریان خط، توان خروجی، توان حرارتی تلفاتی گشتاور خروجی و بازده را حساب کنید.



سرعت سنکرون برای موتور 4 قطب برابر است با؛

$$n_s = 1800rpm \leftarrow n_s = \frac{120f}{p}$$

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1800 - 1746}{1800} = 0.03$$

برای یک فاز موتور طبق شکل داریم:

$$Z_s = 1.2 + 2_j + \frac{(50_j)(0.6 + 19.4 + 0.8_j)}{50_j + 0.6 + 19.4 + 0.8_j}$$

$$= 17.94 + 9.392_j = 20.28\measuredangle 27.59°\Omega$$

برای اتصال مثلث ولتاژ فاز برابر است با ولتاژ خط است بنابراین داریم؛

$$I_s = \frac{V_S}{Z_s} = \frac{440\measuredangle 0^0}{20.28\measuredangle 27.59^0} = 21.70\measuredangle -27.59° Arms$$

$$I_{line=}\sqrt{3} I_s = 21.70\sqrt{3} = 37.59° \; Arms$$

$$P_{in} = 3I_s V_s \quad \cos\theta = 3(21.7)440\cos(27.59°)$$

$$= 25.38kw$$

برای محاسبه $I_r{}', V_x$ داریم:

$$V_{x=}I_s \frac{50_j(0.6+19.4+0.8_j)}{50_j+0.6+19.4+0.8_j}$$

$$= (21.70\measuredangle -27.59°)(18.33\measuredangle 23.78°)$$

$$= 397.8\measuredangle -3.807° Vrms$$

$$I_r{}' = \frac{V_x}{0.8_j+0.6+19.4}$$

$$= \frac{397.8\measuredangle -30.807°}{20.01\measuredangle 10718°} = 19.88\measuredangle -5.52° Arms$$

توان حرارتی تلفاتی در سیم پیچ استاتور و روتور داریم ؛

$$P_s = 3\, R_S I_r^2 = 3(1.2)(21.70) = 1965W$$

$$P_r = 3R_r' I_r'^2 = 3(0.6)(19.88)^2 = 711.4W$$

توان تولیدی برابر است با:

$$P_{dev} = \ 3\frac{1-s}{s} R_r' I_r'^2 = 3(19.4)(19.88)^2 = 23kW$$

برای چک کردن نتایج باید داشته باشیم:

$$P_{in} = P_{dev} + P_s + P_r$$

$$p_{out} = P_{dev} - P_{rot} = 23.00 - 0.900 = 22.1kW$$

$$= 29.62hp$$

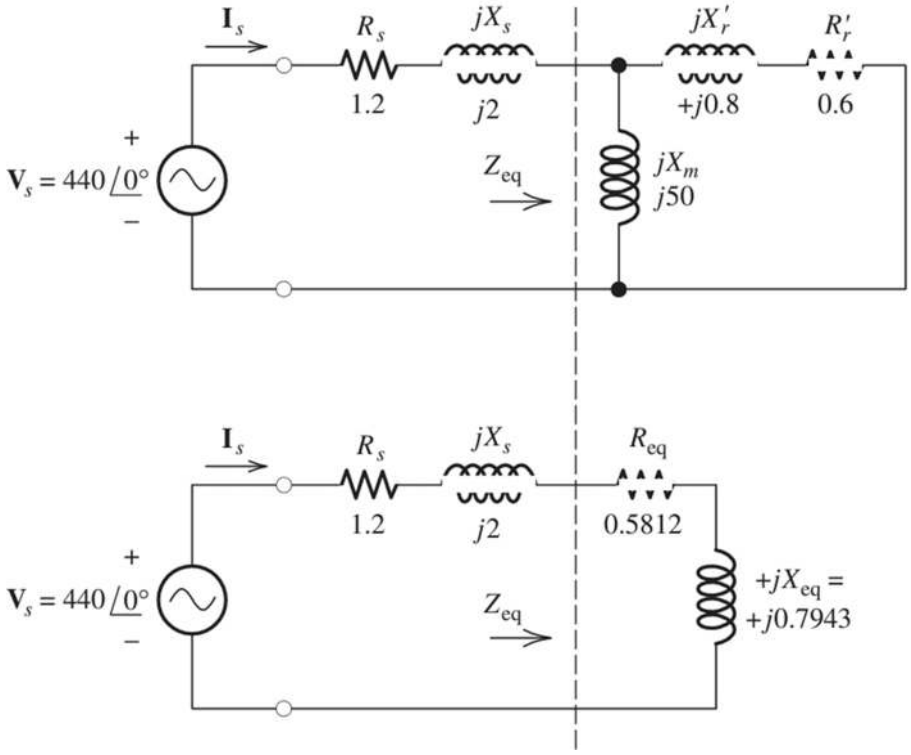
بنابراین موتور نزدیک توان نامی کار می‌کند. داریم:

$$T_{out} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{22100}{1746(\frac{212}{60})} = 120.9Nm$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{22100}{25380} \times 100\% = 87.0\%$$

مثال : برای موتور مثال قبلی جریان خط و گشتاور را در لحظه شروع به کار بیابید.

در لحظه شروع به کار داریم $S = 1$. مدار به شکل زیر است:



$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = \frac{50j(0.6 + 0.8j)}{60j + 0.6 + 0.8j}$$

$$Z_{eq} = 0.5812 + 0.7443j\Omega$$

$$Z_s = 1.2 + 2j + Z_{eq} = 1.7812 + 2.7943j$$
$$= 3.314\measuredangle 57.48°\Omega$$
$$I_{S,Satrting} = \frac{v_s}{Z_s} = \frac{440\measuredangle 0°}{3.314\measuredangle 57.48°}$$
$$= 132.8\measuredangle -57.48° A - RMS$$
$$I_{line,starting} = \sqrt{3} I_{s,starting} = 230.0\ Arms$$

بنابراین با مقایسه با مثال قبل داریم جریان شروع به کار موتور تقریباً ۶ برابر بزرگتر از جریان موتور در حالت مشغول به کار است، که این مسئله در موتورهای القایی بسیار معمول است.

$$P_{ag} = 3R_{eq}\left(I_{S,Satrting}\right)^2 = 30.75kW$$
$$T_{dev,starting} = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{30750}{\frac{2\pi(60)}{2}} = 163.1\ Nm$$

مثال : یک موتور القایی 60 Hz , 220 Vrms سه فاز اتصال Y جریان 31.87A را در ضریب توان ۰.۷۵ پس فاز می کشد. برای هر سه فاز کل توان اتلافی سیم پیچ استاتور $400W$ و توان اتلافی در سیم پیچ روتور W ۱۵۰ است . اتلاف چرخشی موتور $500W$ است. توانی که از فاصله هوایی به روتور می‌رسد P_{ag}، توان تولیدی P_{dev}، توان خروجی P_{out} و بازده را محاسبه کنید.

$$V_s = \frac{V_{line}}{\sqrt{3}} = 127\ Vrms$$

$$P_{in} = 3V_s I_s \cos\theta = 3(127)(31.87)(0.75) = 9104W$$

$$P_{ag} = P_{in} - P_s = 9107 - 400 = 8707W$$

$$P_{dev} = P_{in} - (P_s + P_r) = 9107 - (400 + 150)$$

$$= 8557W$$

$$P_{out} = P_{dev} - P_{rot} = 8557 - 500 = 8057W$$

$$P = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = 94\%$$

موتورهای القایی ووند – روتور (wound – rotor)

در این موتورهای القایی شکل استاتور مشابه موتورهای قفسه سنجابی است ولی به جای روتور قفس سنجابی، روتور دارای سه سیم پیچ سه فاز است که در روتور تعبیه شده‌اند. سیم پیچ‌ها طوری هستند که تعداد قطب‌های مساوی با تعداد قطب‌های استاتور ایجاد می‌کنند. مشخصات گشتاور– سرعت مشابه موتورهای قفسه سنجابی است.

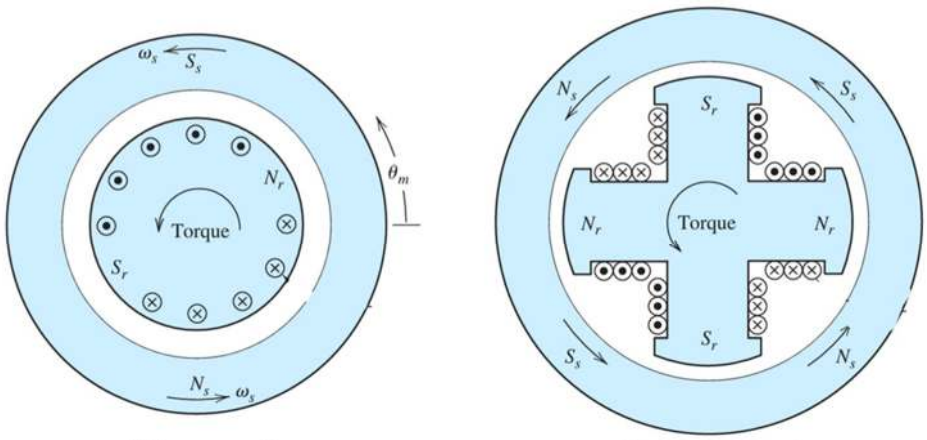
ماشین های سنکرون

مشابه با ماشین‌های القایی این ماشین‌ها برای توان بالاتر و سرعت کمتر کاربرد دارند. تقریباً تمام انرژی الکتریکی جهان از طریق این ماشین‌ها تولید می‌شود. برخلاف سایر ماشین‌های AC و DC که تاکنون مطالعه کردیم، در این ماشین‌ها سرعت با بار

مکانیکی تغییر نمی‌کند و ثابت است (با فرض فرکانس ثابت منبعAC). مشابه موتورهای القایی این سرعت ω_s از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$\omega_s = \frac{\omega}{P/2}$$

که در رابطه فوق ω فرکانس زاویه ای منبع AC است و P تعداد قطب‌های استاتور یا روتور. استاتور این موتورها ساختاری مشابه ماشین‌های القایی سه فاز دارند. سیم پیچ‌های سه فاز روی استاتور P قطب مغناطیسی ایجاد می‌کنند که این قطب‌ها یکی در میان N,S هستند و با سرعت سنکرون در استاتور می‌چرخند. روتور ماشین سنکرون معمولاً دارای P قطب مغناطیسی است که با جریان DC تغذیه می‌شوند (یا در ماشین‌های کوچک از روتورهای مغناطیسی دائم استفاده می‌کنند). جریان در سیم پیچ روتور را می‌توان از طریق منبع DC خارجی و استفاده از جاروبک تغذیه کرد یا از یک ژنراتورAC که با چرخش محور موتور تغذیه می‌شود استفاده کرد (با استفاده از دیودها جریان AC به DC اصلاح می‌شود). روتور می‌تواند بصورت استوانه‌ای یا قطب برجسته باشد(مانند شکل)



سنکرون دو قطبی

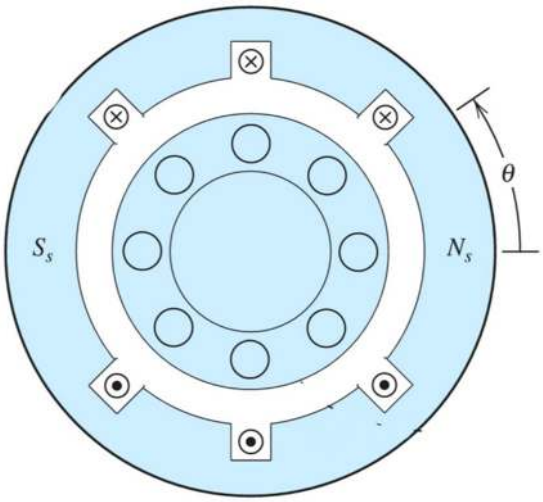
سنکرون چهار قطبی

طبق شکل قطب‌های روتور در تعقیب قطب‌های استاتور هستند تا با قطب‌های مخالف خود همراستا شوند. در اثر این حرکت گشتاور تولید می‌شود.

موتورهای القایی تک فاز

استاتور این موتورها دارای یک سیم پیچ اصلی است که به منبع AC متصل است و دارای یک روتور قفس سنجابی مشابه موتورهای القایی سه فاز است (مطابق شکل). در حالت ایده‌آل چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی استاتور و روتور بصورت سینوسی تغییر می‌کند.

$$B = Ki(t)cos\theta$$



که در رابطه فوق K یک ثابت است که به ابعاد و سایر مشخصه‌های موتور وابسته است. جریان استاتور طبق رابطه زیر تغییر می‌کند.

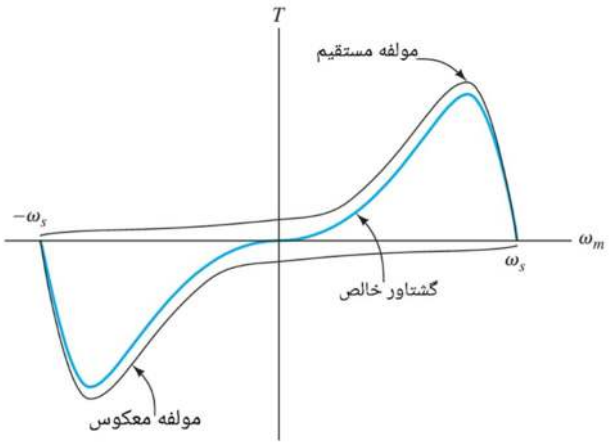
$$i(t) = I_m\, cos(\omega t\,)$$

$$B = KI_m \cos(\omega t)\cos(\theta)$$

$$= KI_m\cos(\omega t - \theta) + \frac{1}{2}KI_m\cos(\omega t + \theta)$$

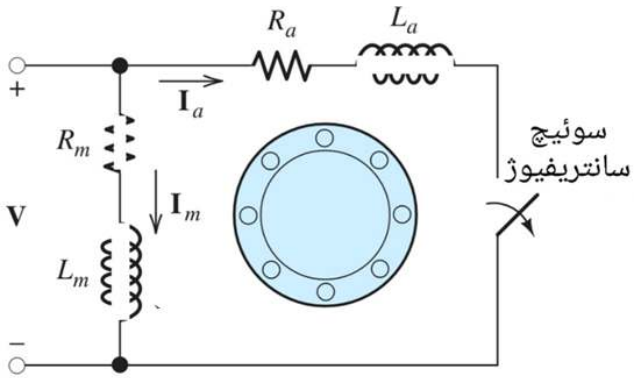
قسمت اول رابطه فوق نشان دهنده شاری است که در جهت مثبت θ (پادساعتگرد) می‌چرخد و قسمت دوم بیانگر شاری است که در جهت مخالف است. فرض کنیم روتور در جهت پادساعتگرد می چرخد (با سرعت ω_m) بخشی از میدان مغناطیسی که هم جهت با روتور است، مولفه مستقیم (forward component) نام دارد از میدان مغناطیسی که در جهت عکس روتور است مولفه معکوس (reverse component) نام دارد.

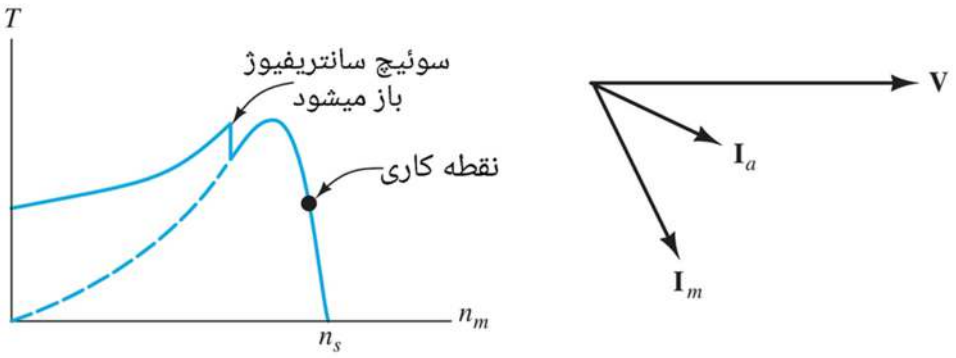
هر یک از این مولفه‌ها گشتاور تولید می‌کند ولی در جهت عکس یکدیگر. بنابراین، نمودار گشتاور سرعت مطابق شکل زیر است.



توجه کنید که گشتاور خالص در حالت شروع صفر است. بنابراین سیم پیچ اصلی قادر نیست که یک بار از حالت سکون به گردش درآورد. برای این منظور سیم پیچ دومی به نام سیم پیچ کمکی (Auxiliary) در این موتورها نصب می‌شود.

این موتور از نظر فیزیکی با زاویه ۹۰ درجه نسبت به سیم پیچ اصلی نصب می‌شود. جریان این سیم پیچ نسبت به سیم پیچ اصلی دارای اختلاف فاز بین صفر تا ۹۰ درجه است. این اختلاف فاز را می‌توان با استفاده از سیم پیچی با سیم‌های نازک‌تر که دارای نسبت مقاومت به القایی بالاتر است ایجاد کرد. به این ترتیب جریان در سیم پیچ اصلی دارای فاز متفاوت نسبت به سیم پیچ کمکی است. به این نوع موتورها تقسیم فاز (split-phase) گویند. در این موتورها سیم پیچ کمکی فقط به صورت مختصر و موقتی برای شروع به کار موتور در مدار قرار می‌گیرد و پس از رسیدن موتور به نقطه کاری (سرعت نزدیک به n_s) سوئیچ سانتریفیوژ این سیم پیچ را از مدار خارج می‌کند.



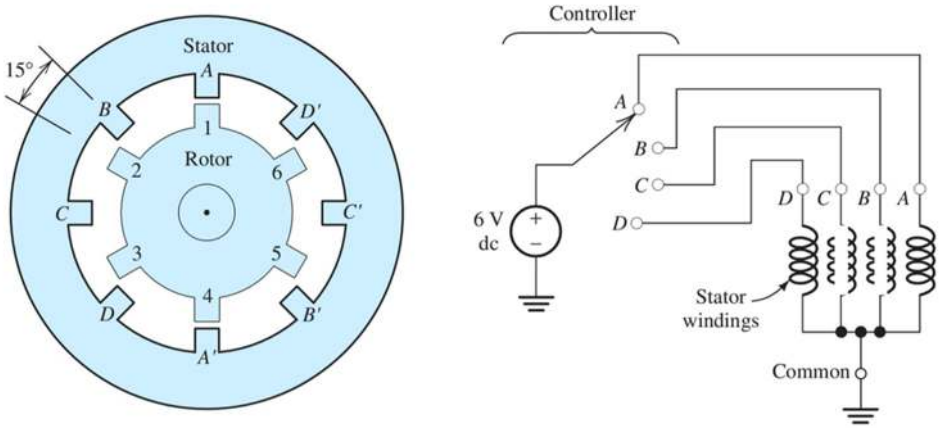


در موتورهایی به نام شروع – خازنی (capacitor-start) یک خازن به صورت سری با سیم پیچ کمکی قرار می‌گیرد. در این حالت اختلاف فاز I_m و I_a نزدیک به

۹۰ درجه است و بنابراین گشتاور شروع بزرگتری نسبت به موتورهای تقسیم فاز ایجاد میکند.

موتورهای پله ای (stepper motor)

این موتورها برای تغییر موقعیت دقیق مورد استفاده قرار می‌گیرند. با استفاده از یک کنترلر، پالس های الکتریکی به سیم پیچ‌های استاتور اعمال می‌شود و این سیم پیچ‌ها را مغناطیسی می‌کند. محور روتور می‌چرخد طوری که قطب‌های روتور در راستای قطب‌های مغناطیسی شده استاتور قرار بگیرند. به این ترتیب روتور به اندازه مضاربی از زاویه گام می چرخد که این زاویه گام از ^{o}۰.۷۲ (۵۰۰گام برای هر دور) تا ^{o}۱۵ (۲۴ گام در هر دور) می‌تواند برای موتورهای مختلف تغییر کند. خطای این موتورها حدود ۳٪ یک گام است. با کنترل کردن نرخ زمانی پالس‌های الکتریکی سیم پیچ قطب‌ها فرستاده می‌شود. می‌توان سرعت چرخش این موتورها را کنترل کرد. ساده‌ترین نوع این موتورها رلاکتنس متغیر (variable reluctance) است. طبق شکل زیر یک مثال از این موتورها آورده شده است.



در این مثال روتور دارای ۶ قطب است که ۶۰° درجه از هم زاویه دارند. استاتور ۸ قطب دارد که ۴۵° درجه از هم فاصله دارند. بنابراین وقتی قطب ۱ روتور هم راستا با قطب A استاتور است، قطب ۲ با زاویه ۱۵° درجه پادساعتگرد از قطب B استاتور جلوتر است. استاتور طبق شکل دارای چهار سیم پیچ است که از طریق کنترلر یک به یک به منبع توان متصل می‌شوند. مثلاً سیم پیچ A حول قطب‌های A و A' استاتور پیچیده شده. طوری که در اثر اعمال جریان قطب A قطب N و قطب A' قطب S می شود. سپس روتور به چرخش در می‌آید. قطب‌های آن به سمت قطب‌های استاتور جذب شده و هم راستا با A و A' قرار می‌گیرند. تا زمانی که جریان به سیم پیچ A متصل است روتور در این موقعیت می‌ماند. سپس کنترلر جریان را از سیم پیچ A قطع می‌کند و به سیم پیچ B وصل می‌کند. در این حالت روتور ۱۵° درجه ساعتگرد می‌چرخد تا قطب‌های ۲ و۳ هم راستا با قطب‌های B و B' قرار گیرند. سپس جریان از سیم پیچ B قطع و به سیم پیچ C وصل می شود و روتور ۱۵° درجه دیگر میچرخد. بنابراین با برقراری جریان در سیم پیچهای ABCDABCD... روتور با گامهای

15° درجه می چرخد (ساعتگرد) . همچنین با معکوس کردن سوئیچ کردن جریان بین سیم پیچ‌ها جهت چرخش روتور عوض می‌شود.

موتورهای DC بدون جاروبک (Brushless)

به دلیل دوره سرویس کوتاه موتورها با جاروبک (به دلیل خرابی و سایش جاروبک‌ها و کموتاتورها) و همچنین امکان ایجاد جرقه در جاروبک ها، موتورهای DC بدون جاروبک طراحی شده‌اند. این موتورها مشابه موتورهای پله‌ای با مغناطیس دائم هستند که به سنسورهای موقعیت مجهز هستند. مشابه موتورهای پله‌ای منبع توان به سیم پیچ استاتور وصل می‌شود و این سیم پیچ دارای قطب فعال می‌شود. هنگامی که سنسور موقعیت تشخیص می‌دهد که قطب‌های روتور به وضعیت همراستایی قطب‌های استاتور نزدیک می‌شود، کنترلر توان را به سیم پیچ بعدی اعمال می‌کند به این ترتیب یک حرکت پیوسته روتور را ایجاد می‌کند.

مشخصات این موتورها مشابه یک موتور AC اتصال شانت است ولی با منبع DC کار می‌کند. به طور کلی موتورهای بدون جاروبک برای توان‌های پایین به کار می‌روند. مزیات آنها راندمان بالا، دوره سرویس طولانی و امکان سرعت‌های بالا (5000rpm و بیشتر) است.

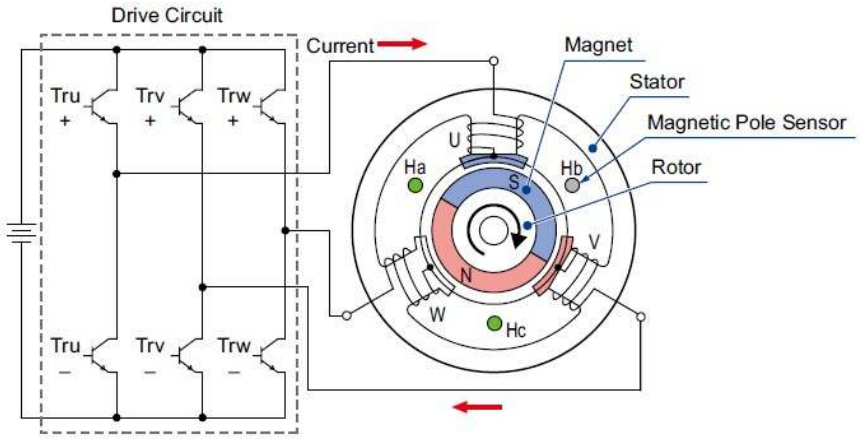


Fig. 2.8 Simplified Model of a Brushless Motor